1.1.МАГНЕТНИ ФЛУКС. АМПЕРОВ ЗАКОН

1.2.1. Кружни рам полупречника *r* налази се у хомогеном магнетном пољу индукције *B*. Колико износи магнетни флукс *Φ* кроз површину ограничену рамом, ако се рам налази у магнетном пољу у следећим положајима:

a) нормалан на вектор магнетне индукције,
b) паралелан са вектором магнетне индукције,
c) под углом од $\alpha = 20°$ у односу на вектор магнетне индукције.

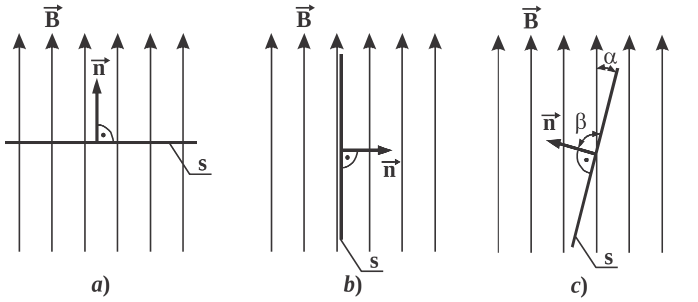
Бројни подаци: $r = 5\ cm$, $B = 0{,}7\ T$.

Решење:

a) $\Phi_1 = \vec{B}\cdot\vec{S} = \vec{B}\cdot\vec{n}S = BS\cos(\vec{B},\vec{n}) = Br^2\pi\cos 0^\circ = 5{,}5 mWb$

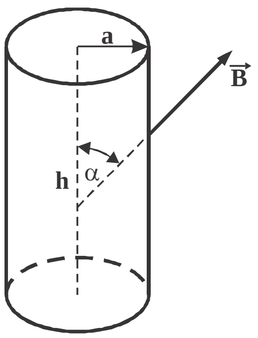
b) $\Phi_2 = \vec{B}\cdot\vec{S} = \vec{B}\cdot\vec{n}S = BS\cos(\vec{B},\vec{n}) = Br^2\pi\cos 90^\circ = 0\ Wb$

c) $\Phi_3 = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos(\vec{B},\vec{n}) = Br^2\pi\cos\beta = Br^2\pi\cos 70^\circ = 1{,}9\ mWb$



Слика 1.2.1.

1.2.2. Одредити магнетни флукс кроз омотач замишљеног правог ваљка у хомогеном магнетном пољу.



Слика 1.2.2.

Решење:

За све затворене површине усваја се оријентација вектора нормале од ваљка. Према закону о конзервацији магнетног флукса, укупан флукс кроз затворену површину је:

$$\Phi = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$
$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2.$$

Φ_0 је флукс кроз омотач, Φ_1 је флукс кроз доњу базу и Φ_2 флукс кроз горњу базу.

$$\Phi_1 = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos(\vec{B},\vec{n}) = Ba^2\pi\cos(\pi-\alpha)$$

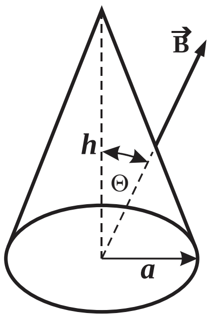
$$\Phi_2 = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos(\vec{B},\vec{n}) = Ba^2\pi\cos\alpha$$

Из (1):

$$\Phi_0 = -(\Phi_1 + \Phi_2).$$

$$\Phi_0 = -a^2\pi B[\cos(\pi-\alpha)+\cos\alpha]=0$$

1.2.5. Одредити магнетни флукс кроз омотач замишљене праве кружне купе у хомогеном магнетном пољу.



Слика 1.2.5.1.

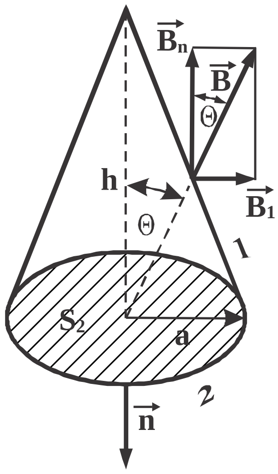
Решење:

Према закону о конзервацији магнетског флукса укупни магнетни флукс кроз затворену површину једнак је нули. Ако ово применимо на затворену површину купе:

$$\oint_S \vec{B}dS = \oint_{S1} \vec{B}d\vec{S} + \oint_{S2} \vec{B}d\vec{S} = 0$$

Кроз површину омотача: $\Phi_1 = \int_{S1} \vec{B}d\vec{S}$

Кроз површину базиса купе: $\Phi_2 = \int_{S2} \vec{B}d\vec{S}$



Слика 1.2.5.2.

Да би одредили флукс Φ_2 вектор магнетне индукције $\vec{B}$ можемо разло-жити на две компоненте: једну $\vec{B}_n$ у правцу нормалном на површину базиса, а другу $\vec{B}_1$ у правцу тангенцијалном на дату површину како је приказано на слици.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_n$$

$$\Phi_2 = \int_{S2} \vec{B}_n d\vec{S} + \int_{S2} \vec{B}_1 d\vec{S} = \int_{S2} \vec{B}_n \cos(\vec{B}_n, \vec{n}) d\vec{S} + \int_{S2} \vec{B}_1 \cos(\vec{B}_1, \vec{n}) d\vec{S}$$

$\vec{n}$ је вектор нормале на површину орјентисан од површине.

Како је $B_n = B\cos\theta$

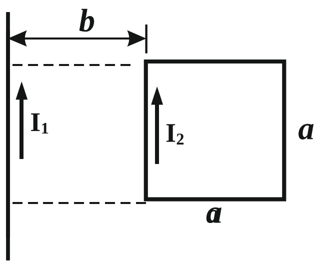
$$\Phi_2 = \int_{S2} \vec{B}_n (\cos\pi) d\vec{S} + \int_{S2} \vec{B}_1 \left(\cos\frac{\pi}{2}\right) d\vec{S} .$$

$$\Phi_2 = -\int_{S2} B\cos\theta dS = -B\cos\theta \int_{S2} dS = -Ba^2\pi\cos\theta.$$

$$\Phi_1 = -\Phi_2$$
$$\Phi_1 = Ba^2\pi\cos\theta .$$

1.2.10. Квадратни рам странице a кроз који протиче струја I_2, налази се у ваздуху, у истој равни са праволинијским проводником бесконачне дужине са струјом I_1, при чему је b растојање рама од проводника. Смерови струја I_1 и I_2 су приказани на слици 1.2.10.1.

a) Одредити интензитет, правац и смер резултантне електромагнетне силе која делује на квадратни рам.
b) Израчунати магнетни флукс који ствара дати праволинијски проводник са струјом I_1 кроз рам, када је рам у положају представљеном на слици.
Бројни подаци: a = 20 *cm*, b = 30 *cm*, I_1 = 60 A, I_2 = 20 A.



Слика 1.2.10.1.

Решење:

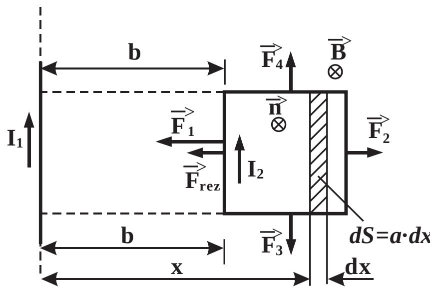
a) Интензитет, правац и смер резултантне електромагнетне силе која делује на квадратни рам (слика 1.2.10.2.) је:

$$\vec{F}_{rez} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

Са слике 1.2.10.2. се види да су силе F_3 и F_4 истог правца и интензитета а супротних смерова па је:

$$F_3 = F_4$$

$$F_{rez} = F_1 - F_2$$



Слика 1.2.10.2.

$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b} I_2 a = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2\pi \cdot 30 \cdot 10^{-2}} 20 \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 1600 \cdot 10^{-7}\, N$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+b)} I_2 a = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2\pi \cdot (30+20) \cdot 10^{-2}} 20 \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 960 \cdot 10^{-7}\, N$$

$F_{rez} = F_1 - F_2 = 64 \cdot 10^{-6}\, N$. Рам ће се кретати у десно.

b) $d\Phi = B(x)dS$

$$\Phi = \int_S \vec{B}\, d\vec{S} = \int_b^{a+b} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, x} a \cdot dx = \frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi} \ln \frac{a+b}{b} = 122{,}6 \cdot 10^{-8} Wb.$$

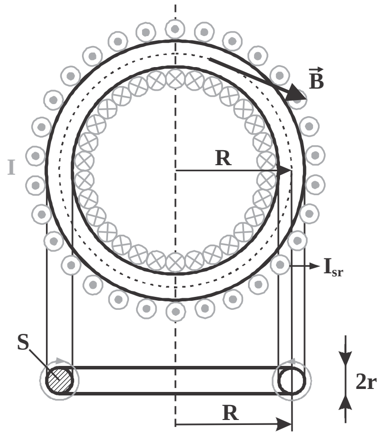
1.2.11. На слици је приказан танак торусни намотај кружног попречног пресека, полупречника r. Полупречник средње линије торуса је R. Торус има N завојака. Колики је сопствени флукс кроз један завојак торуса, ако је струја кроз намотај I?
Бројни подаци: r = 5 mm, R=10 cm, N=100 завојака и I=1A.

Решење:

На слици 1.2.11. приказан је торус посматран одозго и његов попречни пресек.
Како је дат полупречник средње линије торуса, дужина средње линије је:

$$l_{sr} = 2\pi R.$$

Пошто је попречни пресек кружног облика, површина попречног пресека је:



Слика 1.2.11.

$$S = \pi r^2 = \pi \left(5 \cdot 10^{-3} m\right)^2 = 78{,}5 \cdot 10^{-6} m^2.$$

Како сматрамо да је магнетно поље хомогено по попречном пресеку торуса, сопствени флукс кроз један завојак торуса је:

$$\Phi_0 = B_{sr} \cdot S.$$

Где је $\vec{B}_{sr}$ магнетна индукција на средњој линији торуса, која је одређена из Амперовог закона:

$$B_{sr} = \mu_0 \frac{NI}{l_{sr}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \cdot 100 \cdot 1A}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2} m} = 2 \cdot 10^{-4} T.$$

Смер вектора $\vec{B}_{sr}$ одређен је према смеру струје кроз намотај на основу правила десне руке

$$\Phi_0 = B_{sr} \cdot S = 2 \cdot 10^{-4} T \cdot 78{,}5 \cdot 10^{-6} m^2 = 157 \cdot 10^{-10} Wb.$$

1.4. МАГНЕТНА КОЛА

1.4.1. Одредити магнетомоторну силу потребну да би се у торусу од слаболегираног челика добио магнетни флукс Ф. Пресек торуса је S, а дужина средње магнетне линије *l*. Крива магнећења слаболегирајућег челика дата је таблицом:

H(A/m)	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
B(T)	0,60	0,90	1,15	1,18	1,26	1,32	1,36	1,40

Одредити затим релативни магнетни пермеабилитет.
Бројни подаци: $\Phi = 5{,}9 \cdot 10^{-4}$Wb, S=5cm^2, l = 25cm.

Решење:

Средња вредност магнетне индукције у торусу је

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{5{,}9 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} = 1{,}18 T.$$

Из таблице се налази да индукцији B=1,18 T одговара магнетно поље H=800 A/m.

Магнетомоторна сила се израчунава применом закона тоталне струје

$$M = NI = Hl = 800 \cdot 0{,}25 = 200\text{A}.$$

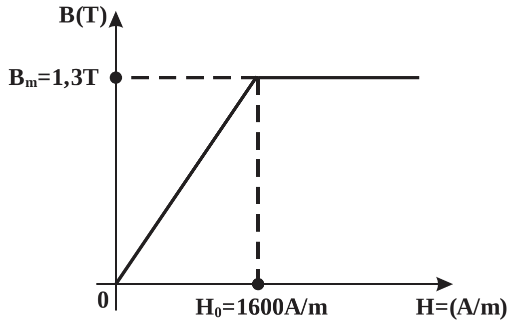
Магнетни пермеабилитет је

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1{,}18}{800} = 1{,}475 \cdot 10^{-3} \frac{Tm}{A},$$

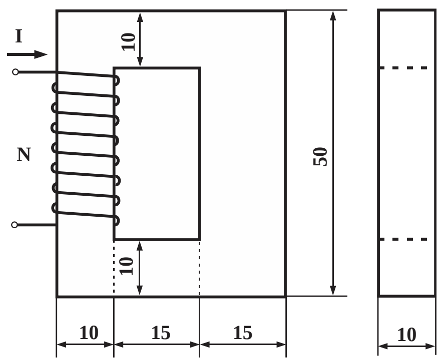
а релативни магнетни пермеабилитет

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1{,}475 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1175.$$

1.4.2. На феромагнетном језгру приказаном на слици 1.4.2.1. налази се намотај са N навојака жице, намотаних равномерно и густо по целом језгру. Димензије језгра су означене на слици и дате су у милиметрима. Идеализована крива првобитног магнећења феромагнетног материјала од кога је језгро начињено приказана је на слици 1.4.2.2. У намотају је успостављена стална једносмерна струја интензитета I. Одредити магнетни флукс кроз језгро занемарујући магнетна расипања.
Бројни подаци: N=300 навојака, I=1,2А.



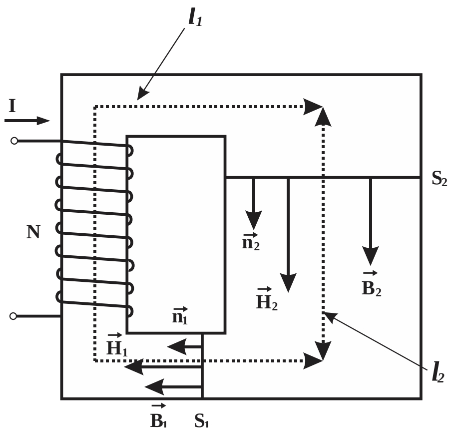
Слика 1.4.2.1.



Слика 1.4.2.2.

Решење:

Вектори магнетне индукције и вектори јачине магнетног поља константни су по пресеку језгра и приказани су на слици 1.4.2.3.



Слика 1.4.2.3.

Као последицу закона о конзервацији магнетног флукса имамо *I* Кирхофов закон за магнетна кола, који гласи да је, ако се занемари расипање, збир магнетних флуксева у гранама магнетног кола који се сустичу у једном чвору, са референтним смером од чвора, једнак нули:

$$\sum_{j=1}^{n} \Phi_j = 0.$$

II Кирхофов закон за магнетно коло је уопштени Амперов закон, који се, ако је коло танко, може писати у облику

$$\sum_{C} \pm H_j l_j = \sum_{C} (NI)_j$$

где је:

l_j - дужина средње линије гране j,

H_j - јачина магнетног поља у њој,

док је алгебарски збир струја кроз контуру C, у изразу за уопштен Амперов закон, изражен у облику збира производа јачине струје и броја завојака одговарајућег намотаја –NI које контура C обухвата. Предзнак + долази ако се референтни смер за H_j и смер обиласка контуре поклапају, односно ако су смер обиласка контуре и референтни смер струје везани по правилу десне завојнице. Ако то није, предзнак је - .

Прво треба испитати да ли се поједини делови феромагнетног језгра налазе у магнетски линеарном режиму или у магнетском засићењу.

Ако прво претпоставимо да се оба дела феромагнетног језгра налазе у линеарном режиму рада добијамо:

$B_1 \leq 1{,}3T$ $\quad$ $H_1 \leq 1600$ A/m

$B_1S_1=B_2S_2 \rightarrow B_2 \leq \dfrac{B_1S_1}{S_2} = 0{,}87T$ $\quad$ $\dfrac{H_2}{H_0} = \dfrac{B_2}{B_m} \rightarrow H_2 \leq \dfrac{H_0 B_2}{B_m} = 1067 A/m$

Површине попречног пресека језгра су $S_1=10 \cdot 10=100mm^2$ и

$S_2=15 \cdot 10=150mm^2$

Дужине средњих линија грана су:

$$l_1 = 2\left(15 + \frac{10}{2} + \frac{15}{2}\right) + \left(50 - 2\frac{10}{2}\right) = 95mm$$

$$l_2 = \left(50 - 2\frac{10}{2}\right) = 40mm.$$

Под овим околностима добијамо: $H_1 l_1 + H_2 l_2 \leq 194{,}68A < 360A = NI$

Део језгра са индукцијом B_1 мора бити у засићењу (потребна је већа јачина магнетног поља) да би била задовољена једначина написана по Амперовом закону: $H_1 l_1 + H_2 l_2 = NI$.

Када је део феромагнетног језгра дужине l_1 у магнетном засићењу, тада су:

$B_1=B_m=1{,}3T$; $\quad B_2 = \dfrac{B_m S_1}{S_2} = 0{,}87T$

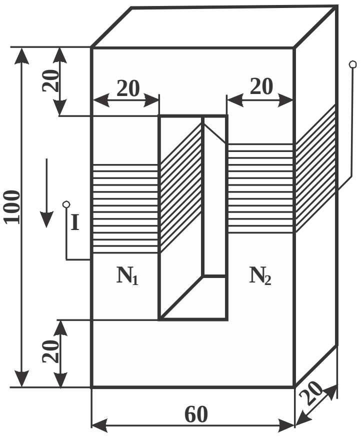
$$H_2 = \frac{H_0 B_2}{B_m} = 1067 A/m$$

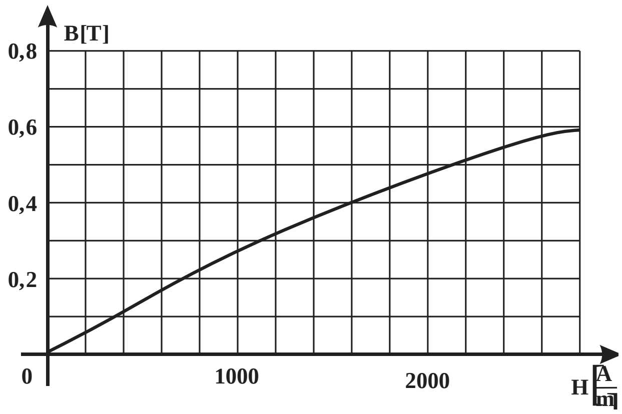
$$H_1 = \frac{NI - H_2 I_2}{l_1} = 3340 \ A/m$$

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 = 1{,}3 \cdot 10^{-4} Wb.$$

1.4.3. У језгру магнетног кола, приказаног на слици 1.4.3.1., потребно је, при сталној струји јачине I у намотају, остварити магнетски флукс Φ. Димензије магнетног кола дате су на слици 1.4.3.1. у милиметрима. Крива магнећења материјала од кога је језгро начињено приказана је на слици1.4.3.2. Одредити укупан број завојака на језгру. Магнетско расипање се може занемарити.

Бројни подаци: I = 2 A, $\Phi = 10^{-4}\ Wb$.





Слика 1.4.3.1.

Слика 1.4.3.2.

Решење:

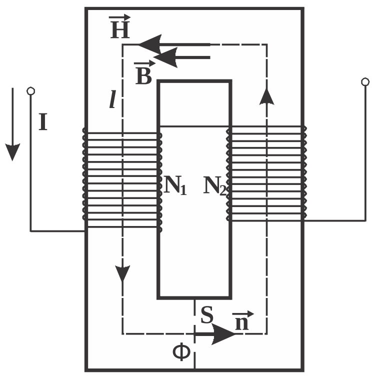
Површина попречног пресека језгра је S = 4 cm^2

Магнетска индукција је иста у свим тачкама језгра и износи:

$$B = \frac{\Phi}{S} = 0{,}25T.$$

Према кривој магнећења која је приказана на слици 1.4.3.2. за B =0,25 T јачина магнетског поља у језгру је H=900A/m.

Применом Амперовог закона на линију поља l= 24 cm, означену на слици 1.4.3.3., добија се:



Слика 1.4.3.3.

$Hl = N_1 I + N_2 I$

$N_1 + N_2 = H\,l\,/\,I = 108$ завојака