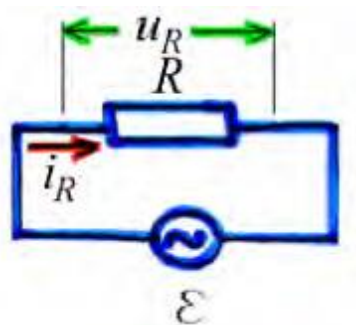


1. ИДЕАЛНИ ОТПОРНИК У КОЛУ НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

Посматрамо идеални отпорник отпорности R (отпорност не зависи од јачине струје, а индуктивност је једнака 0).



Слика 1.

Када се на крајеве отпорника прикључи електромоторна сила чија је максимална вредност E_m и почетна фаза 0, односно:

$$\varepsilon = E_m \sin \omega t ,$$

у колу, по II Кирхофовом закону, је:

$$\varepsilon - u_R = 0.$$

Тренутна вредност напона на крајевима отпорника R је:

$$u_R = \varepsilon = E_m \sin \omega t = U_m \sin \omega t$$

где је $E_m = U_m$.

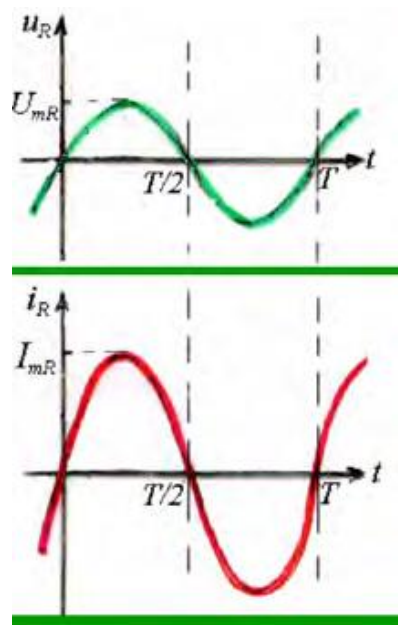
Тренутна вредност струје у колу задовољава Омов закон

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t.$$

Ово значи да је максимална вредност струје

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

Почетна фаза струје је иста као и почетна фаза прикључене емс и напона на отпорнику и износи 0. Из претходног се види да су струја и напон простопериодичне величине које можемо да представимо на временском дијаграму. У осматраном случају и струја и напон у истом тренутку пролазе кроз нулу и кроз максималне вредности што значи да имају исту фазу, односно, фазна разлика између напона и струје $\varphi=0$.



Слика 2.

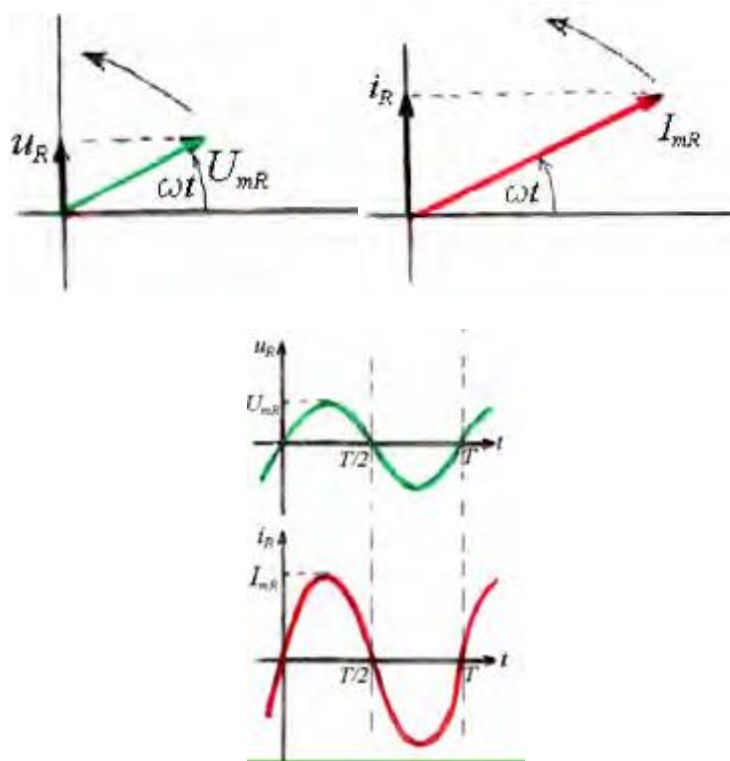
Фазори и фазорски дијаграми

У анализи кола наизменичне струје за посматрање процеса у колу користе се и **фазори** и **фазорски дијаграми**.

Фазорима се назива посебна врста вектора у равни, који могу бити обртни или непомични, чије је исходиште у координатном почетку и за које су на посебан начин дефинисане алгебарске операције. Операције сабирања и одузимања су идентичне онима за обичне векторе. Графички се фазор представља као и сваки други вектор, а симболички се обележава цртицом испод словног симбола (нпр. фазор струје \underline{I}). Фазор у једном тренутку карактеришу његов **модул (интензитет)** и његов **аргумент**. Аргумент је угао који фазор заклапа са тзв. фазном осом (нпр. x оса координатног система). Позитивни су углови у смеру супротном смеру окретања казаљке на сату. На следећој слици модул вектора је U_{mR} а аргумент ωt . Пројекција на произвољну непомичну осу (нпр. на једну од оса координатног система), једног вектора који се окреће око свог почетка константном угаоном брзином, мења се по простопериодичном закону времена. Ако фазор у почетном тренутку заклапа са фазном осом угао α онда је, у произвољном тренутку његов аргумент $\omega t + \alpha$.

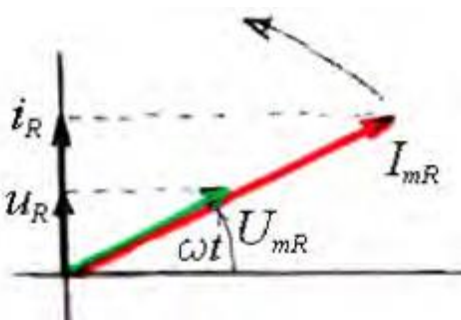
Да би се са фазора који представља неку величину прешло на тренутну вредност те величине потребно је фазор пројектовати на x осу.

Наизменичне величине се представљају фазорима зато што је рад са тренутним вредностима више простопериодичних величина сложенији. За фазоре важе исти поступци сабирања као и за обичне векторе (правило паралелограма).



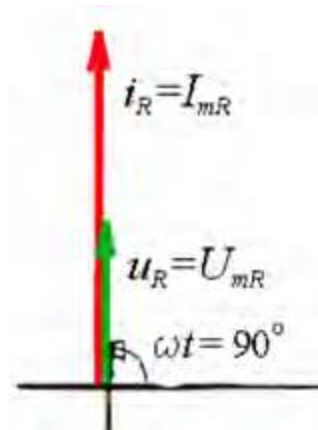
Слика 3.

Скуп нацртаних фазора који карактеришу неки процес у колу наизменичне струје назива се **фазорски дијаграм**. На следећој слици приказан је фазорски дијаграм кола простопериодичне струје које садржи само идеални отпорник.



Слика 4.

На слици 5. приказан је фазорски дијаграм напона и струје ако је фаза напона (и струје) 90° .



Слика 5.

Како су амплитуда и ефективна вредност неке простопериодичне величине, па и напона, везане релацијом $U_{max} = \sqrt{2}U$, онда је:

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{R} \rightarrow I = \frac{U}{R}$$

Тренутна вредност снаге коју остали део кола предаје посматраном отпорнику је

$$p = u i = U_m I_m \sin^2 \omega t.$$

Како је:

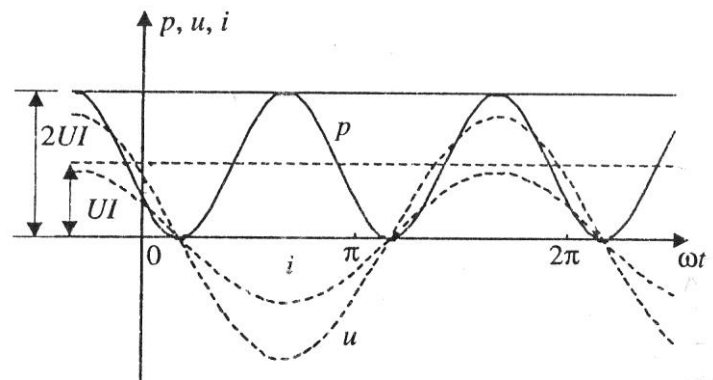
$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

Претходни израз се може написати у облику

$$p = U_m I_m \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} U_m I_m [1 - \cos 2\omega t] = UI [1 - \cos 2\omega t]$$

Тренутна снага је периодична функција кружне фреквенције 2ω (док напон и струја изврше по једну промену, снага изврши две у току једне периоде). Снага се мења у границама од 0 до $2UI$.

Када $\cos 2\omega t$ има вредност 1 снага је 0, а када $\cos 2\omega t$ има вредност -1, снага има вредност $2UI$.



Слика 6.

(Напомена: На временском дијаграму на слици 6. почетна фаза напона и струје није 0).

Средња вредност снаге је UI и назива се **активна снага**.

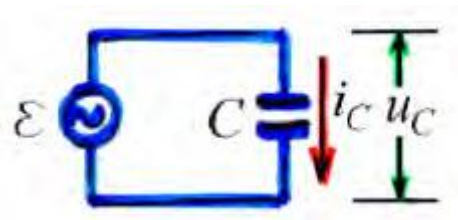
$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}.$$

Јединица за снагу је W (Vat).

2. ИДЕАЛНИ КОНДЕНЗАТОР

Посматраћемо идеални кондензатор капацитивности C када је између његових крајева прикључена емс

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$$



Слика 7.

У колу на слици, према II Кирхофовом закону је:

$$\varepsilon - u_C = 0 \quad (2.1)$$

Одакле је:

$$u_C = \varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$$
$$u_C = U_{mC} \sin \omega t \quad (2.2)$$

Протекла количина електрицитета кроз кондензатор је $q = Cu$, а струја

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \frac{d}{dt} C u_C = C \frac{d}{dt} (U_{mC} \sin \omega t)$$

Како је:

$$\frac{d}{dx} (\sin ax) = a \cos ax$$

$$i_C = \omega C U_{mC} \cos \omega t, \text{ односно, } i_C = I_{mC} \cos \omega t$$

Где је:

$$I_{mC} = \omega C U_{mC}$$

По Омовом закону је:

$$I_{mC} = \frac{U_{mC}}{\frac{1}{\omega C}}$$

Количник $1/\omega C$ назива се **капацитивна реактивна отпорност** или **капацитивна реактанса**. По природи је отпорност па је њена јединица ом $[\Omega]$.

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$[X_C] = \Omega.$$

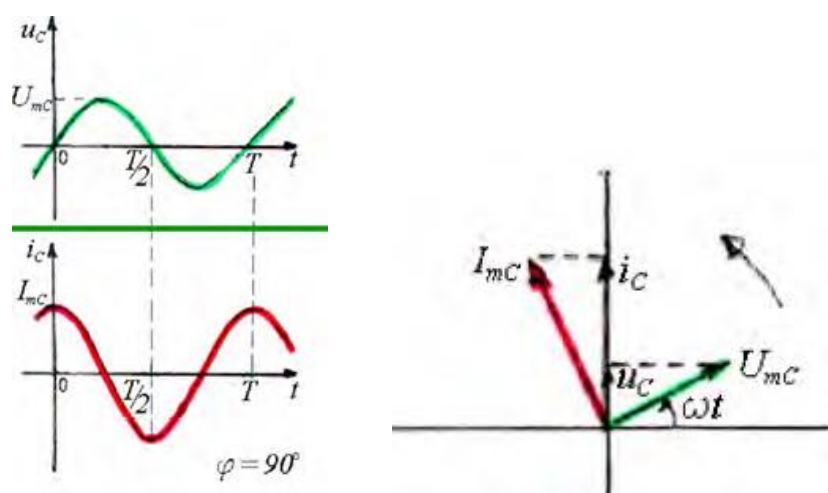
Из математике знамо да је:

$$\cos \omega t = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Ако ову једнакост заменимо у изразу за струју добићемо:

$$i_C = I_{mC} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Последња једначина нам показује да струја кроз кондензатор предњачи у односу на напон за $\pi / 2$. На слици 8. представљени су графици напона и струје. На векторском дијаграму се такође види да струја предњачи у односу на напон за $\pi / 2$, односно да напон касни за струјом за $\pi / 2$.



Слика 8.

Однос амплитуде напона и струје је:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} = X_C$$

Величина X_C назива се **капацитивна реактивна отпорност** или **капацитивна реактанса**, има природу отпора, а јединица јој је ом $[\Omega]$.

Исто важи и за ефективне вредности:

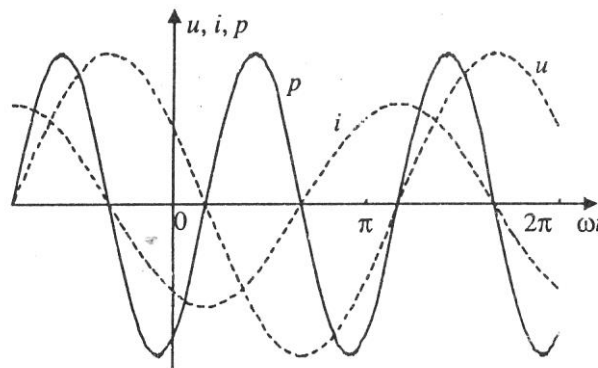
$$U/I = X_C, \text{ односно } U = X_C I.$$

Тренутна вредност снаге, коју остатак кола предаје кондензатору је

$$p = ui = U_m I_m \cos \omega t \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{U_m I_m}{2} \left\{ \cos \left[2 \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right] + \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right\}$$
$$p = UI \cos \left[2\omega t + \frac{\pi}{2} \right].$$

Тренутна снага се мења по косинусном закону кружном фреквенцијом 2ω и има амплитуду UI .

Упоредо са дијаграмима напона и струје на слици 9. је приказан дијаграм зависности тренутне снаге p од времена (пуна линија).



Слика 9.

(Напомена: На временском дијаграму на слици 9. почетна фаза прикључене емс није 0).

Тренутна снага мења алгебарски знак четири пута у току једне периоде. Остатак кола и кондензатор наизменично измењују енергију која се у интервалима када је снага позитивна акумулира у електричном пољу кондензатора.

Снага се изражава јединицом W (Ват).

Енергија која је нагомилана у електричном пољу кондензатора представљена је функцијом

$$W_e = \frac{1}{2} C u^2 = \frac{1}{2} C U_m^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} C U^2 [1 + \cos 2\omega t]$$

Напон, струја и снага у простопериодичном режиму

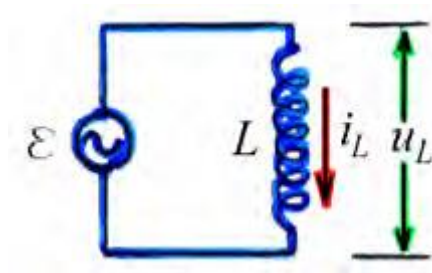
Ова енергија се периодично мења од 0 до W_{\max} , где је

$$W_{\max} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}CU_m^2$$

Енергија се изражава јединицом J (Џул).

3. ИДЕАЛАН КАЛЕМ

Посматраће се идеалан калем (индуктивни елемент) чија индуктивност не зависи од струје и чија је активна отпорност једнака 0.



Слика 10.

Ако се на крајеве индуктивног елемента прикључи емс

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$$

према II Кирхофовом закону је:

$$\varepsilon - u_L = 0 \rightarrow \varepsilon = u_L.$$

Напон на крејевима индуктивног елемента је облика:

$$u_L = U_{mL} \sin \omega t.$$

У калему се индукује емс самоиндукције ε_L

$$\varepsilon_L = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di_L}{dt}$$

$$u_L = -\varepsilon_L$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$U_{mL} \sin \omega t = L \frac{di_L}{dt}$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{U_{mL}}{L} \sin \omega t$$

$$di_L = \frac{U_{mL}}{L} \sin \omega t dt$$

$$i_L = \int \frac{U_{mL}}{L} \sin \omega t dt = -\frac{U_{mL}}{\omega L} \cos \omega t$$

Напон, струја и снага у простопериодичном режиму

У математици је:

$$-\cos\omega t = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Па заменом у изразу изнад добијамо:

$$i_L = \frac{U_{mL}}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Струја ће имати облик:

$$i_L = I_{mL} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Где је

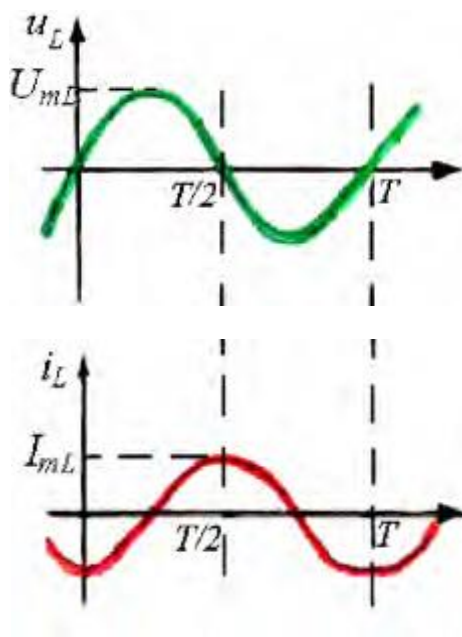
$$I_{mL} = \frac{U_{mL}}{\omega L} = \frac{U_{mL}}{X_L}$$

Величина $X_L = \omega L$ има димензију отпорности и назива се индуктивна отпорност или **индуктивна реактанса**. Њена јединица је $[\Omega]$. Из израза за струју се види да струја у колу фазно заостаје за $\pi/2$, односно да напон предњачи струји за $\pi/2$.

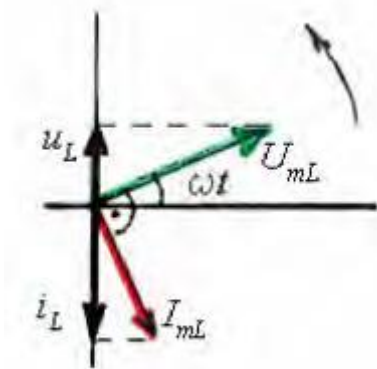
Између ефективних вредности напона и струје постоји однос (по Омовом закону):

$$\frac{U}{I} = \omega L = X_L, \text{ односно } U = X_L I$$

На временском и векторском дијаграму струја и напон се представљају на следећи начин:



Слика 11.

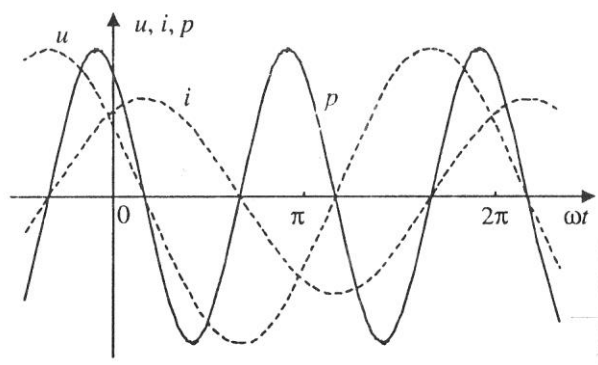


Слика 12.

Тренутна вредност снаге коју остатак кола предаје индуктивном елементу је:

$$p = ui = U_{mL} \sin \omega t I_{mL} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \dots = UI \cos \left(2\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Види се да се тренутна снага мења по косинусном закону кружном фреквенцијом 2ω и има амплитуду UI . Упоредо са дијаграмима напона и струје приказан је дијаграм зависности тренутне снаге p (коју прима овај елемент кола) од времена. Тренутна снага мења алгебарски знак четири пута у току једне периоде.



Слика 13.

(Напомена: На временском дијаграму на слици 13. почетна фаза прикључене емс није 0).

У временским интервалима када се струја повећава, електрични рад који врши напон мреже претвара се у енергију магнетног поља. У том временском интервалу снага је позитивна. Када се струја смањује, енергија магнетног поља се претвара у електрични рад који се враћа мрежи. Тада је снага негативна и за то време индуктивни елемент враћа енергију остатку кола. Јединица за снагу је W (Ват).

Енергија која је нагомилана у магнетном пољу индуктивног елемента је :

Напон, струја и снага у простопериодичном режиму

$$W_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} LI_m^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} LI^2 [1 + \cos 2\omega t]$$

Ова енергија се периодично мења кружном фреквенцијом у границама од 0 до

$$W_{mmax} = LI^2 = \frac{1}{2} LI_{max}^2 .$$

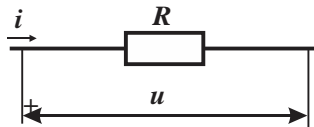
Јединица за енергију је Ј (Џул).

ЗАДАЦИ:

2.2.1. У отпорнику отпорности R успостављена је простопериодична струја ефективне вредности I , учестаности f и почетне фазе ψ .

- Написати израз по коме се мења тренутна вредност струје кроз отпорник.
- Одредити напон између крајева отпорника.
- Нацртати на истом графику промене тренутних вредности напона и струје кроз отпорник.

Бројни подаци: $R=1k\Omega$, $I=10mA$, $f=50Hz$, $\psi = \pi/8$.



Слика 2.2.1.1.

Решење:

- Општи израз по коме се мења тренутна вредност струје је:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

На основу познате ефективне вредности одређујемо амплитуду струје:

$$I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} 10mA = 14,1mA.$$

Кружна учестаност струје је:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 200Hz = 400\pi s^{-1} = 1256s^{-1}.$$

Заменимо одређене параметре у изразу за струју:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = 14,1 \sin\left(1256t + \frac{\pi}{8}\right) mA.$$

b) Тренутне вредности напона и струје на отпорнику повезане су Омовим законом, према усаглашеним референтним смеровима, као што је приказано на слици 2.2.1.1.

$$u(t) = R i(t).$$

Тренутна вредност напона мења се по закону:

$$u(t) = R i(t) = R I_m \sin(\omega t + \psi) = U_m \sin(\omega t + \theta).$$

Упоредујући леву и десну страну ове једнакости закључујемо да су код отпорника напон и струја у фази, односно да је $\theta = \psi$, и фазна разлика напона и струје једнака је нули:

Напон, струја и снага у простопериодичном режиму

$$\varphi = \theta - \psi = 0.$$

као и да је амплитуда напона на отпорнику једнака производу отпорности отпорника и амплитуде струје:

$$U_m = RI_m.$$

Заменимо бројне вредности у изразу:

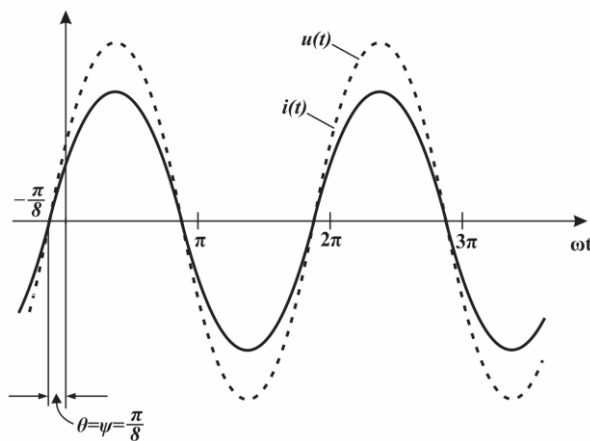
$$U_m = RI_m = 10^3 \Omega \cdot 14,1 \cdot 10^{-3} A = 14,1V.$$

Напон и струја су исте учестаности.

Израз по коме се мења тренутна вредност напона на посматраном отпорнику је:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 14,1 \sin\left(1256t + \frac{\pi}{8}\right)V.$$

На слици 2.2.1.2. приказани су графици промене тренутних вредности напона и струје на отпорнику. Ове две величине су, наравно, физички потпуно различите, али су нацртане на истом графику да би се уочила њихова фазна разлика (која је једнака нули у случају отпорника). Произвољно је нацртана амплитуда напона већа од амплитуде струје.

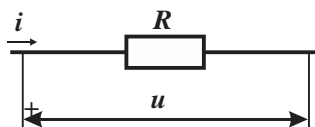


Слика 2.2.1.2.

2.2.2. Отпорник отпорности R прикључен је на простопериодичан напон ефективне вредности U , учестаности f , почетне фазе θ . Одредити израз за тренутну вредност струје у отпорнику, као и тренутну вредност снаге коју узима из мреже. Колика је средња вредност те снаге у току једне периоде?

Бројни подаци: $R=200\Omega$, $U=220V$, $f=50Hz$, $\theta = -60^\circ$.

Решење:



Слика 2.2.2.

Аналитички израз за напон u је:

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta) V,$$

а подаци у задатку казују да је

$$U_m = \sqrt{2} U = 311 V, \quad \omega = 2\pi f = 314 \text{ r/s},$$

одакле следи,

$$u = 311 \sin\left(314t - \frac{\pi}{3}\right) V.$$

Једначина динамичке равнотеже електричних сила написана за тренутак t , када је напон на крајевима отпорника u , а струја у колу i , гласи

$$u - Ri = 0.$$

Равнотежу напону u извора и остатку кола обезбеђује електроотпорна сила $(-Ri)$, па је

$$i = \frac{u}{R} = I_m \sin(\omega t + \psi) = 1,56 \sin\left(314t - \frac{\pi}{3}\right) A,$$

одакле се закључује:

1. Фазна разлика између напона u и струје i , при усаглашеним референтним смеровима, једнака је нули ($\varphi = 0$), што значи да су напон на отпорнику и струја у њему – у фази (једновремено достижу своје амплитуде);
2. Ефективна вредност струје у отпорнику се добија као количник ефективне вредности напона на крајевима отпорника и саме отпорности,

$$I = \frac{U}{R}.$$

Тренутна вредност снаге p коју узима отпорник биће

$$p = u i.$$

У општем случају, тренутна вредност снаге коју грана везана између тачака a и b узима, дефинише се исказом

Напон, струја и снага у простопериодичном режиму

$$p = u_{ab} i_{ab},$$

при чему се струја i_{ab} рачуна у односу на референтни смер кроз грану од тачке a ка b . Очигледно је да овде израз за тренутну снагу коју узима отпорник, $p = u i$, води рачуна о томе, па се има

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \psi) = 2RI^2 \sin^2(314t - \frac{\pi}{3}),$$

или

$$p = 973 \sin^2(314t - \frac{\pi}{3}) W.$$

Последњи израз казује да снага никад није негативна, што подразумева да се у отпорнику одвија процес неповратне трансформације електричног рада у топлоту.

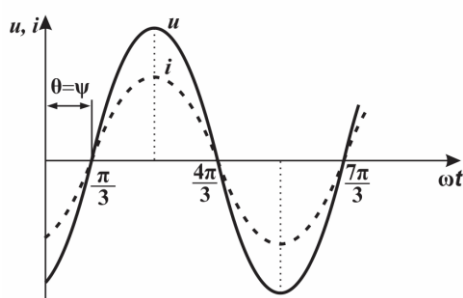
Средња вредност тренутне снаге p у току једне периоде се назива активном снагом и означава се са P , а мери се у ватима (W). Према дефиницији важи

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt,$$

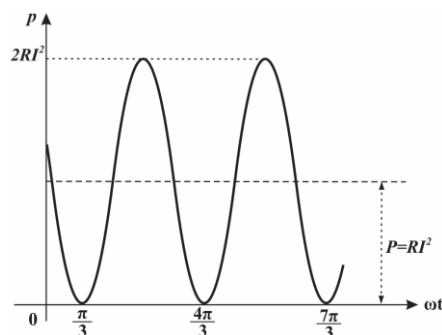
што у посматраном примеру даје,

$$P = \frac{2RI^2}{T} \int_0^T \left[\frac{1 - \cos(628t - 2\pi/3)}{2} \right] dt = RI^2 = 486,5 W.$$

На слици 2.2.2.1. су приказани графици напона и струје у функцији променљиве ωt , а на слици 2.2.2.2. график снаге p .



Слика 2.2.2.1.



Слика 2.2.2.2.

Напон, струја и снага у простопериодичном режиму

2.2.3. Сијалица са жарним влакном снаге 100 W прикључена је на извор простопериодичног напона $u = \sqrt{2} \cdot 220 \sin \omega t$. Одредити:

- ефективну (I) и средњу (I_{sr}) вредност струје у колу и
- отпност (R) сијалице.

Решење:

a) Из $P=UI \rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{100}{220} = 0,45 \text{ A}$

$$I_{sr} = \frac{2}{\pi} \sqrt{2} I = \frac{2}{3,14} \cdot 1,41 \cdot 0,45 = 0,41 \text{ A}$$

b) $R = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,45} = 489 \Omega$

2.2.5. На крајевима кола које садржи само индуктивни калем делује простопериодичан напон ефективне вредности U . Ефективна вредност струје у калему је I . Одредити:

- индуктивност калема (L), ако је учесталост напона f ;
- ефективну вредност ЕМС самоиндукције (E_L);
- максималну вредност енергије која се може нагомилати у магнетном пољу калема (W_{Lm});

Бројни подаци: $U=220 \text{ V}$, $I = 5 \text{ A}$, $f = 50 \text{ Hz}$.

Решење:

- a) Индуктивна отпорност или реактанса калема рачуна се по Омовом закону и има природу отпорности:

$$X_L = \omega L = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} = 44 \Omega.$$

Индуктивност калема је:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{44}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 140 \text{ mH}$$

- b) Ефективна вредност емс самоиндукције калема је:

$$E_L = U = X_L I = 220 \text{ V}$$

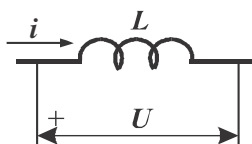
- c) Максимална вредност енергије нагомилане у магнетном пољу калема је:

$$W_{Lm} = \frac{LI_m^2}{2} = LI^2 = 0,14 \cdot 5^2 = 3,5 \text{ J}$$

2.2.6. У калему индуктивности L , занемарљиве електричне отпорности, успостављена је простопериодична струја ефективне вредности I , кружне учестаности ω и почетне фазе ψ .

- a) Написати израз по коме се мења тренутна вредност струје кроз калем.
- b) Одредити напон између крајева калема.
- c) Нацртати на истом графику промене интензитета напона и струје кроз калем.

Бројни подаци: $L=10\text{mH}$, $I=5\sqrt{2}\text{mA}$, $\omega=10^4\text{ s}^{-1}$, $\psi=\frac{\pi}{3}$.



Слика 2.2.6.1.

Решење:

- a) Општи израз по коме се мења тренутна вредност струје је:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

На основу познате ефективне вредности одређујемо амплитуду струје:

$$I_m = I\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\text{mA} = 10\text{mA}.$$

Замењујући одређене параметре у изразу за струју добијамо:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = 10 \sin\left(10^4 t + \frac{\pi}{3}\right) \text{mA}.$$

- b) Према усаглашеним референтним смеровима, као што је приказано на слици 2.2.6.1, напон на калему је:

$$u(t) = \omega L \cdot I_m \sin\left(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin(\omega t + \theta).$$

Упоредујући леву и десну страну једнакости видимо да је веза између амплитуде напона и струје:

$$U_m = \omega L I_m,$$

где ωL представља реактивну отпорност калема. За анализирани калем реактивна отпорност износи:

$$X_L = \omega L = 10^4 \text{ s}^{-1} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 100 \Omega,$$

па је амплитуда напона:

$$U_m = \omega L I_m = 100 \Omega \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 1 \text{ V}.$$

Разлика фаза између напона и струје на калему је:

Напон, струја и снага у простопериодичном режиму

$$\varphi = \theta - \psi = \frac{\pi}{2},$$

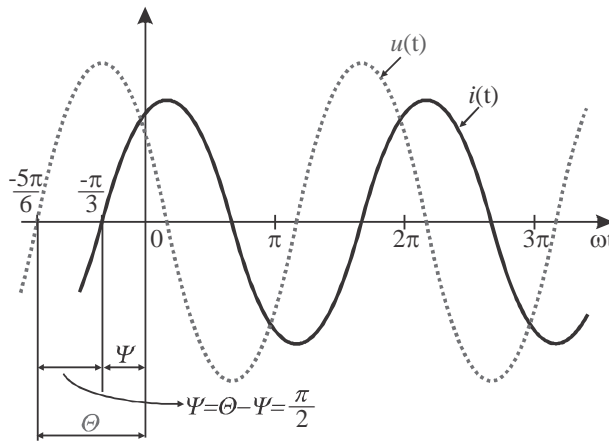
па је почетна фаза напона:

$$\theta = \psi + \varphi = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}.$$

Напон и струја су исте учестаности. Сада можемо написати израз по коме се мења тренутна вредност напона на калему:

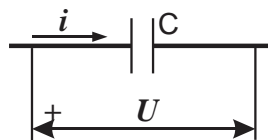
$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 1 \sin\left(10^4 t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{V}.$$

с) На слици 2.2.6.2. приказани су графици промене тренутних вредности напона и струје на калему.



Слика 2.2.6.2.

2.2.7. Кондензатор капацитивности $C=60 \mu\text{F}$ прикључен је на напон $u = \sqrt{2} \cdot 127 \sin(314t)$. Одредити израз за тренутну вредност струје $i(t)$ у колу.



Слика 2.2.7.

Решење:

Капацитивна отпорност или реактанса кондензатора је:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 60} = 53 \Omega.$$

Максимална вредност струје је: $I_m = \frac{U_m}{X_C} = \frac{\sqrt{2} \cdot 127}{53} = 3,38 \text{ A}$.

Израз за тренутну вредност струје је:

$$i = 3,38 \sin(314 t + \pi / 2) = 3,38 \cos(314 t).$$

2.2.8. На крајевима кола са кондензатором делује простопериодичан напон ефективне вредности U и учестаности f . Ако је ефективна вредност струје у колу I наћи:

- Капацитивну вредност кондензатора C ;
- Ефективну вредност емс кондензатора E_C ;
- Максималну вредност енергије која се може нагомилати у електростатичком пољу кондензатора W_{Cm} ;

Бројни подаци: $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $I = 10 \text{ A}$.

Решење:

a)
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{I} = \frac{220}{10} = 22 \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 22} = 145 \mu\text{F}$$

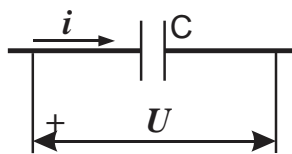
b)
$$E_C = U = X_C I = 220 \text{ V}$$

c)
$$W_{Cm} = \frac{CU_m^2}{2} = CU^2 = 145 \cdot 10^{-6} \cdot 220^2 = 7 \text{ J}$$

2.2.9. Између електрода кондензатора капацитивности C напон је простопериодичан, ефективне вредности U , кружне учестаности ω и почетне фазе θ .

- Написати израз по коме се мења тренутна вредност напона на кондензатору.
- Одредити закон по коме се мења струја у прикључним проводницима кондензатора.
- Нацртати на истом графику промене интензитета напона на кондензатору и струје у прикључним проводницима кондензатора.

Бројни подаци: $C = 100 \text{ nF}$, $U = 1,2 \text{ V}$, $\omega = 10^5 \text{ s}^{-1}$, $\theta = \pi/4$.



Слика 2.2.9.1.

Решење:

а) Општи израз по коме се мења тренутна вредност напона је:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta).$$

На основу познате ефективне вредности одређујемо амплитуду напона:

$$U_m = U\sqrt{2} = 1,2 \cdot \sqrt{2} = 1,7V.$$

Замењујући одређене параметре у изразу за напон добијамо:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = 1,7 \sin\left(10^5 t + \frac{\pi}{4}\right)V.$$

б) Према усаглашеним смеровима, као што је приказано на слици 2.2.9.1. струја у прикључним проводницима кондензатора је:

$$i(t) = \omega C U_m \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Поредећи леву и десну страну једнакости видимо да је веза између амплитуде напона и струје:

$$I_m = \omega C_m,$$

где $\frac{1}{\omega C}$ представља реактивну отпорност кондензатора:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^5 s^{-1} \cdot 100 \cdot 10^{-9} H} = 100\Omega,$$

па је амплитуда струје:

$$I_m = \frac{U_m}{X_C} = \omega C U_m = \frac{1}{100\Omega} \cdot 1,7V = 17mA.$$

Разлика фаза између напона и струје на кондензатору је:

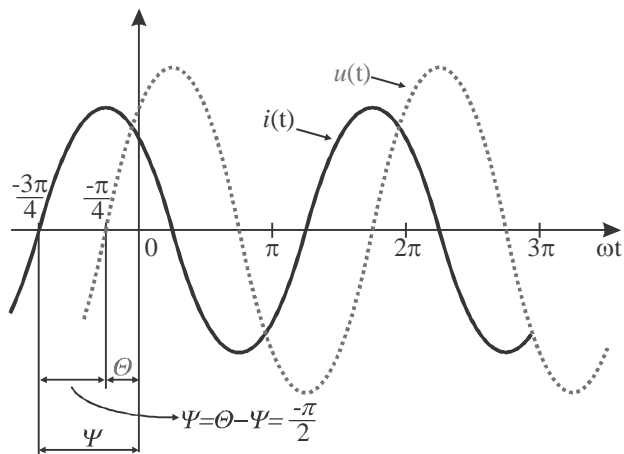
$$\varphi = \theta - \psi = -\frac{\pi}{2},$$

$$\psi = \theta - \varphi = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}.$$

Тренутна вредност струје у прикључним проводницима кондензатора је:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = 17 \sin\left(10^5 t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{mA.}$$

с) На слици 2.2.9.2. приказани су графици промене тренутних вредности напона на кондензатору и струје у прикључним проводницима кондензатора.



Слика 2.2.9.2.

САДРЖАЈ

1. ИДЕАЛНИ ОТПОРНИК У КОЛУ НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ.....	1
2. ИДЕАЛНИ КОНДЕНЗАТОР	6
3. ИДЕАЛАН КАЛЕМ.....	10
ЗАДАЦИ:.....	14