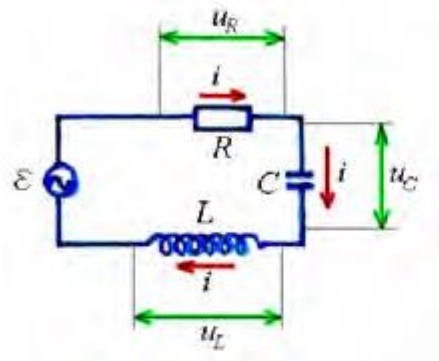
РЕДНА ВЕЗА ОТПОРНИКА, КАЛЕМА И КОНДЕНЗАТОРА

Посматра се коло простопериодичне струје које се састоји од отпорника, кондензатора и калема везаних на ред. Струју у колу одржава простопериодична емс

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} sin\omega t$$



Слика 1.

Полазећи од услова да збир тренутних вредности напона између **крајева елемената** , мора бити једнак емс између **крајева редне везе:**

$$\varepsilon = u_R + u_C + u_L$$

Струја кроз све редно везане елементе има исту тренутну вредност, а напон на крајевима елемената има следеће вредности:

$u_R = RI$ – напон на термогеном отпору (у фази је са струјом у колу),

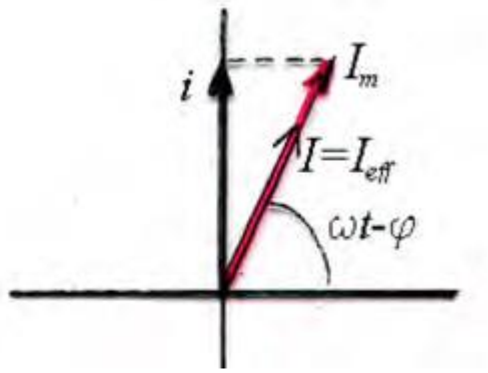
$u_L = IX_L$ – напон на калему (предњачи у односу на струју за $\pi/2$),

$u_C = IX_C$ - напон на кондензатору (касни у односу на струју за $\pi/2$).

Због овога прикључена емс и струја неће бити у фази (не достижу у исто време свој максимум, нуле и минимум). Струја ће имати тренутну вредност:

$$i = I_m sin(\omega t - \varphi)$$

Где је φ фазни угао између прикључене емс и струје у колу.



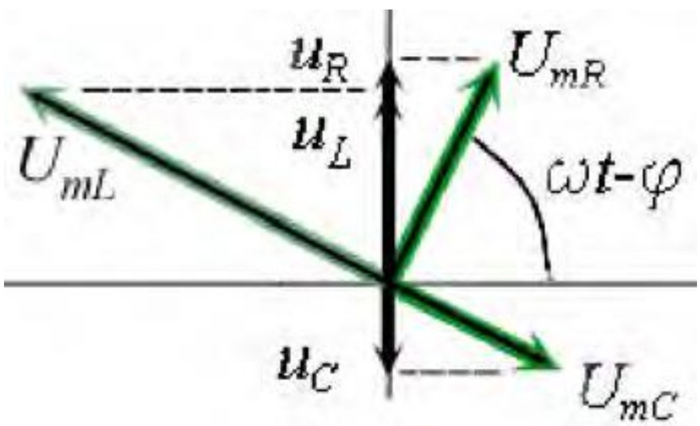
Слика 2.

На слици 2. приказан је фазорски дијаграм струје, њена тренутна, максимална и ефективна вредност.

На слици 3. приказан је фазорски дијаграм напона на редно везаним елементима.

Напон $\boldsymbol{u_R}$ је у фази са струјом у колу (угао ωt –φ је исти као угао који тренутно струја заузима у односу на фазну осу на слици 2.).

Напон $\boldsymbol{u_L}$ предњачи у односу на $\boldsymbol{u_R}$ за π/2, а напон $\boldsymbol{u_C}$ фазно касни за напоном $\boldsymbol{u_R}$ за π/2.



Слика 3.

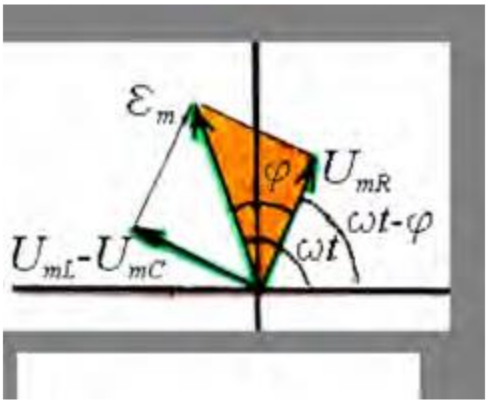
На фазорском дијаграму на слици 4. приказана је емс $\boldsymbol{\varepsilon}$, заједно са напонима на редно везаним елементима. Из овог дијаграма можемо да напишемо следећу једначину:

$$\varepsilon_m^2 = U_{mR}^2 + (U_{mL} - U_{mC})^2$$

$$\varepsilon_m^2 = I_m^2 R^2 + (I_m X_L - I_m X_C)^2$$

$$\varepsilon_m^2 = I_m^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2]$$

$$I_m^2 = \frac{\varepsilon_m^2}{[R^2 + (X_L - X_C)^2]}$$



Слика 4.

По Омовом закону за редно RLC коло је:

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{[R^2 + (X_L - X_C)^2]}}$$

Величина

$$Z = \sqrt{[R^2 + (X_L - X_C)^2]}$$

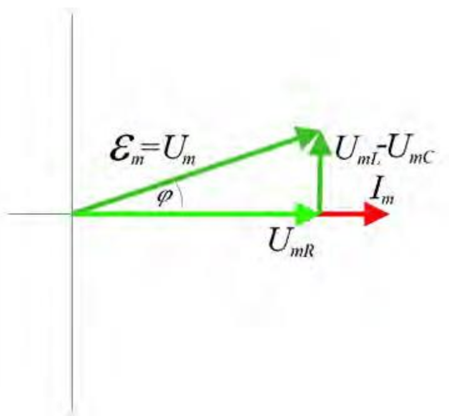
Назива се **ИМПЕДАНСА**, има природу отпора и њена јединица је [Ω].

За максималну и ефективну вредност исто важи Омов закон:

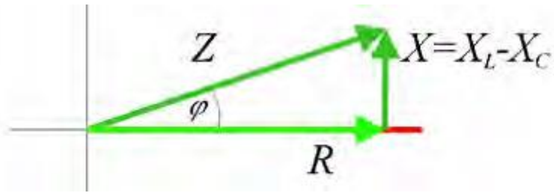
$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{Z}$$

$$I = \frac{\varepsilon_{eff}}{Z} = \frac{U}{Z}$$

Фазорски дијаграм напона и отпорности приказани су на слици 5. и слици 6.



Слика 5.



Слика 6.

$$Z = \sqrt{[R^2 + X^2]}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$tg\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}$$

$$tg\varphi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Када је $X_L > X_C$ тада је $tg\varphi > 0$ и $\varphi > 0$, коло има индуктивни карактер.

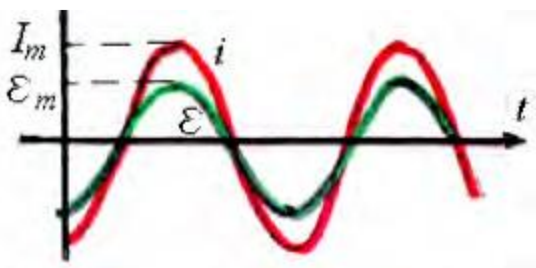
Када је $X_L < X_C$ тада је $tg\varphi < 0$ и $\varphi < 0$, коло има капацитивни карактер.

Када је $X_L = X_C$ тада је $tg\varphi = 0$ и $\varphi = 0$, у колу наступа резонанција (онда је $X_L = X_C$,

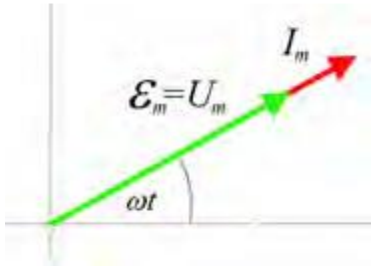
$X = 0$, $Z = R$).

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_s$$

Наступа када је принудна учестаност генератора емс ω јенака сопственој кружнпј учестаности кола.



Слика 7.



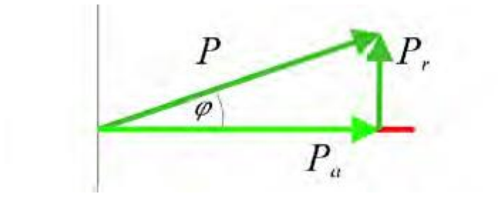
Слика 8.

Троугао снага у колу приказан је на слици 9.

$$P = \sqrt{P_a^2 + P_r^2}$$

Где је P_a – активна снага на отпорнику а P_r реактивна снага на L и C.

$$P_a = Pcos\varphi; \ \ P_r = Psin\varphi$$



Слика 9.

Реактивна снага P_r означава се и са Q и дефинише се као

$$Q = UI\ sin\varphi$$

И мери се јединицом [Var] (volt-amper reaktivni).

Производ ефективних вредности напона и струје назива се привидна снага:

$S = UI$ (на слици 9. означена је са P).

P_a – активна снага на отпорнику означава се и само са P.

$$P = UIcos\varphi$$

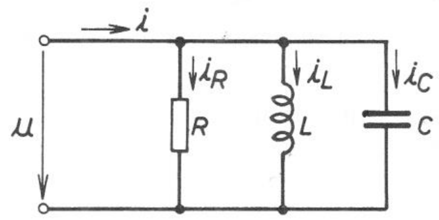
Коефицијент $cos\varphi$ назива се **фактор снаге.** Зависи од природе пријемника и представља једну од његових основних карактеристика.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$sin\varphi = \frac{Q}{S} \qquad tan\varphi = \frac{Q}{P}$$

ПАРАЛЕЛНА ВЕЗА ОТПОРНИКА, КАЛЕМА И КОНДЕНЗАТОРА

Посматрамо паралелну везу отпорника, калема и кондензатора проказану на слици 10.



Слика 10. Коло које садржи паралелну RLC везу

Између крајева овако везаних елемената прикључен је напон . Струје у гранама кола се разликују, а напон на крајевима елемената је исти и износи:

$$u = U_m cos\omega t \qquad (1)$$

Због једноставнијег рачунања усвојено је да је почетна фаза напона $\Theta = 0$.

На основу првог Кирхофовог закона може се писати:

$$i = i_R + i_L + i_C \qquad (2)$$

Где је $\boldsymbol{i}$ укупна струја, која, будући да је и сама простопериодична, има општи облик

$$i = I_m cos\,(\omega t - \varphi) \qquad (3)$$

φ је фазна разлика између напона и струје у колу.

Струје у појединим елементима се могу писати у следећем облику:

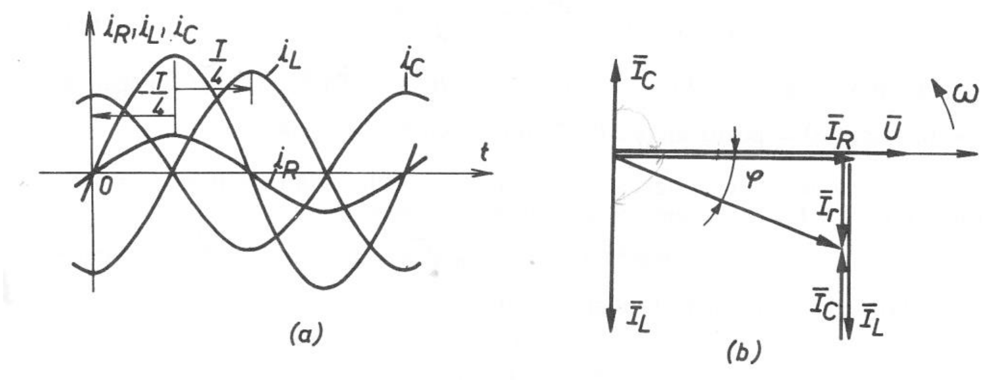
$$i_R = \frac{U_m}{R} cos\omega t,$$

$$i_L = \frac{U_m}{\omega L} cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{U_m}{\omega L} sin\omega t$$

$$i_C = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -U_m \omega C sin\omega t$$

Када се ове вредности унесу у израз (2) добије се једначина

$$I_m cos\varphi cos\omega t + I_m sin\varphi sin\omega t = \frac{U_m}{R} cos\omega t - U_m\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) sin\omega t \qquad (4)$$



Слика 11. Паралелно RLC коло:a) таласни облици прикључененог напона и струја у паралелним гранама; b) векторски дијаграм

Да би једначина била задовољена за свако t, коефицијенти уз ***sinωt***, односно ***cosωt***, на обема странама једначине морају бити једнаки. Из овог услова добијају се две једначине:

$$I_m cos\omega t = \frac{U_m}{R} \quad (5)$$

$$I_m sin\varphi = \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) U_m \quad (6)$$

Ако се једначине (5) и (6) прво квадрирају а затим саберу, добија се, после кореновања двеју страна новонастале једначине

$$I_{m=} U_m \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

Ако се једначина (6) подели једначином (5), добија се једначина

$$tan\varphi = \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\frac{1}{R}}$$

из које се одређује фазни померај између напона и струје.

Величина дефинисана количником амплитуда струје и напона обележава се са Y, има димензију проводности и назива се **привидна проводност** или **адмитанса паралелне везе елемената R, L, C**.

$$Y = \frac{I_m}{U_m} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

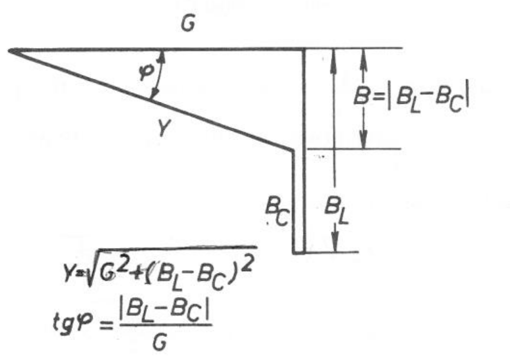
Очигледно је да је и однос ефективних вредности струје и напона једнак адмитанси

$$Y = \frac{I}{U}$$

1/R = G

$$B = \frac{1}{\omega L} - \omega C = B_L - B_C$$

$$\varphi = arctan\frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\frac{1}{R}}$$



Слика 12. Троугао адмитансе паралелног RLC кола при B>0

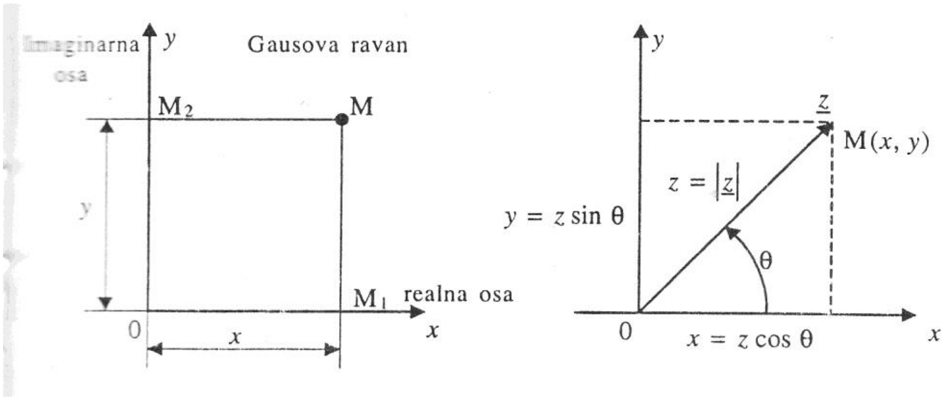
$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}; \quad \varphi = arctg\frac{|B|}{G}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}$$

Осим тригонометријским функцијама и фазорским дијаграмом, наизменичне величине могу да се представе и комплексним бројевима.

За геометријско представљање комплексних бројева употребљава се тзв. Гаусова или комплексна раван. То је раван коју одређују две оријентисане и међусобно нормалне осе, нпр x и y осе, чији се почеци поклапају. У Гаусовој равни x-оса се зове реална оса, а y-оса имагинарна оса.

Тачка M којој је *x* апсциса а *y* ордината, је геометријски представник комплексног броја $\underline{z} = x+jy$. У електротехници комплексан број се означава: $\underline{z} = x+jy$.



Слика 13.

Имагинарна јединица се означава са j, за разлику од имагинарне јединице у математици која је означена са i.(i је у електротехници резервисана ознака за струју.)

$|\underline{z}|$ или mod $\underline{z}$ – назива се модул комплексног броја

Arg $\underline{z}$ – је аргумент комплексног броја (угао који вектор заклапа са реалном осом).

Напомена: Рад са комплексним бројевима студенти су требали да савладају у градиву из Инжењерске математике.

Импеданса се може представити комплексним бројем као:

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX$$

Овај израз је алгебарски облик комплексне импедансе. Реални део, R, се назива **резистанса**, или активни део, а имагинарни део, X, се назива **реактанса**. Као и друге комплексне величине, импеданса се може написати и у тригонометријској форми.

$$\underline{Z} = Zcos\varphi + jZsin\varphi$$

Где је:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}\ ; \quad \varphi = arctan\frac{X}{R}$$

Када су елементи R, L и C везани на ред у свима се има иста струја, а њихове импедансе се сабирају по правилима комплексне алгебре. У табели су табеларно приказане комплексне импедансе за разне редне комбинације елемената.

Елементи гране	Импеданса
R, L	$\underline{Z} = R + j\omega L$
R, C	$\underline{Z} = R - j\frac{1}{\omega C}$
L, C	$\underline{Z} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$
R, L, C	$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$

Слично као у случају импеданси може се направити табеларни преглед адмитанси за неке елементе и паралелне спојеве оваквих елемената

Елементи гране	Импеданса
R	$\underline{Y} = \frac{1}{R} = G$
L	$\underline{Y} = -j\frac{1}{\omega L}$
C	$\underline{Y} = j\omega C$
R, L	$\underline{Y} = \frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L}$
R, C	$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C$
R, L, C	$\underline{Y} = \frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$

Пошто је

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{R + jX}\,\frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2}$$

Па је:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

Еквивалентна комплексна импеданса групе паралелно везаних импеданси је једнака њиховом збиру

$$\underline{Y} = \sum \underline{Y}_k$$

Што има предност при решавању задатака код сложених кола наизменичне струје.

При решавању кола са наизменичном струјом користе се исти закони као код кола са сталном једносмерном струјом (први и други Кирхофов закон, Омов закон, Џулов закон...) и методе за решавање сложених кола (метод контурних струја, метод потенцијала чворова, Тевененова и Нортонова теорема...).