САМОИНДУКТИВНОСТ И МЕЂУСОБНА ИНДУКТИВНОСТ

Електромоторна сила самоиндукције и коефицијент самоиндукције

Струју јачине i у некој контури обавезно прати одговарајуће магнетно поље, које у посматраној контури ствара укупни магнетни флукс $\emptyset$. Овај флукс се назива сопствени магнетни флукс. Уобичајено је да се за рачунање флукса, по правилу десне завојнице, усваја изабрани референтни смер за струју.

Ако се струја мења у времену мења се и сопствени магнетни флукс па се, према закону о електромагнетној индукцији, у контури индукује електромоторна сила. Ова појава се назива **самоиндукцијом**, а индукована емс **електромоторна сила самоиндукције.** Емс самоиндукције обележава се са e_s и одређује се помоћу обрасца

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (1)$$

Смер емсс се рачуна у односу на усвојени смер обилажења по контури. Лако је увидети, на основу правила за одређивање магнетног поља и смера индуковане емс, да се при порасту јачине струје јавља емс самоиндукције која је супротна смеру струје, и обрнуто, да се при опадању јачине струје смерови емс и струје подударају. Емс самоиндукције се не „супротставља“ самој струји већ њеној промени.

Ако средина не садржи феромагнетике, магнетна индукција је директно сразмерна јачини струје са којом је повезана. Када су референтни смерови за струју и обилазак по контури усаглашени, може се писати

$$\Phi = L\ i \qquad (2)$$

Коефицијент сразмерности између укупног сопственог флукса и јачине струје назива се индуктивност или коефицијент самоиндукције, обележава се са L.

Индуктивност посматраног елемента (контуре) зависи од његове геометрије, тј.од његовог облика и димензија, и од магнетне пермеабилности средине.

По дефиницији је

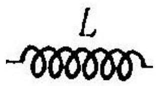
$$L = \frac{\Phi}{i} \qquad (3)$$

а јединица индуктивности у MKSA систему је

$$L_u = \frac{\Phi_u}{I_u} = \frac{W_b}{A} = H(Henri)$$

У част научника Џозефа Хенрија који је независно од Фарадеја открио појаву самоиндукције.

Део електричног кола чији коефицијент самоиндукције није занемарљив назива се индуктивни елемент. На електричним шемама представља се ледећим симболом.



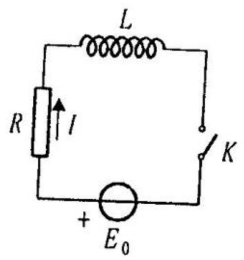
Емс самоиндукције се може писати у облику:

$$e = -L\frac{di}{dt}. \tag{4}$$

Коефицијент самоиндукције је константа само ако је магнетно поље елемената локализовано у средини која је линеарна у магнетном погледу.

Успостављање струје у колу које садржи линеаран индуктивни елемент

Посматраћемо коло као на слици које садржи генератор сталне емс E_0, калем индуктивности *L*, прекидач К и отпорник отпорности R везане на ред. Ако се у тренутку t=0 прекидач К затвори у колу ће се успоставити електрична струја која неће одмах достићи своју коначну вредност већ ће се постепено повећавати. Разлог овоме је појава емс самоиндукције која се „супротставља“ променама струје у колу.



Слика 1.

По затварању прекидача у колу дејствују две силе. Једна је стална емс E_0 и емс самоиндукције e_s тако да се једначина кола може писати у облику:

$$E_0 + e_s = Ri \tag{5}$$

Како је

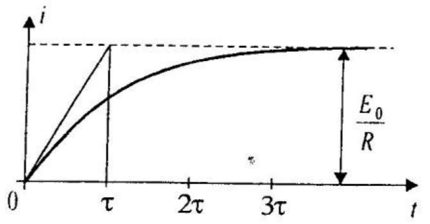
$$e_s = -L\frac{di}{dt}.$$

$$E_0 = Ri + L\frac{di}{dt}. \tag{6}$$

Ово је диференцијална једначина чијим се решавањем по i добија

$$i = \frac{E_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \qquad (7)$$

Израз



Слика 2.

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Представља временску константу кола и има димензију времена. Са слике се види да се струја асимптотски приближава сталној вредности струје у колу

$$I_0 = \frac{E_0}{R}$$

Теоријски струја ову ведност може достићи тек после бесконачно дугог времена. Практично, то ће се десити после времена које износи неколико временских константи кола. После једне временске константе струја порасте до 0,632 своје коначне вредности.

Ако је отпорност R стална процес успостављања струје зависи од индуктивности L. Што је индуктивност већа успостављање струје је спорије.

Енергија магнетног поља у линеарним срединама

Енергија магнетног поља једнака је раду који струјни извор утроши на успостављање магнетног поља у елементу L. Ова енергија је „ускладиштена“ у пољу и може се у потпуности добити назад у неком другом одговарајућем облику енергије приликом ишчезавања поља. Једна од честих појава ослобађања магнетне нергије је појава варнице на прекидачу приликом прекидања кола.

Посматраћемо коло на слици 1. Енергетску равнотежу у колу добићемо ако и леву и десну страну ј-не (6) помножимо са idt:

$$E_0 i dt = Ri^2 dt + Lidi. \tag{8}$$

У једначини (8) члан на левој страни једначине преставља рад који изврши генератор у интервалу времена *dt* док се успоставља струја у колу. Први члан на десној страни представља рад који се утроши на отпорнику за то време услед Џуловог ефекта. Други члан представља део рада извора који се у времену *dt* изврши против емс самоиндукције и њеним посредством се трансформише у енергију магнетног поља.

Енергија која се преда магнетном пољу је:

$$W_m = \int_0^i Lidi = \frac{1}{2} Li^2$$

Овај израз је аналоган изразу за енергију електростатичког поља садржану у кондензатору капацитивности C:

$$W_e = \frac{1}{2} CU^2.$$

Kako je

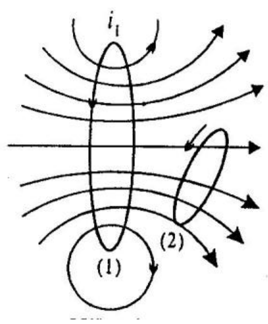
$$L = \Phi / i$$

$$W_m = \frac{1}{2} \Phi i.$$

Међусобна индуктивност

На слици 3. су две релативно блиске проводне контуре 1 и 2 у среини која је линеарна у магнетном огледу. Ако у контури 1 постоји струја i_1,, другу контуру прожима укупни флукс Φ_2 који је сразмеран јачини струје i_1 :

$$\Phi_2 = L_{21} i_1.$$



Слика 3.

Коефицијент пропорционалности L_{21} има димензију индуктивности и назива се **међусобна индуктивност** или **коефицијент међусобне индукције.** Понекад се коефицијент L_{21} обележава симболом М.

Међусобна индуктивност зависи од облика и димензија двеју контура, њиховог међусобног положаја и магнетне пермеабилности средине.

Међусобне индуктивности могу бити и позитивне и негативне што зависи од избора референтног смера за струју у првом и референтног смера у другом колу. За контуре на слици и изабране референтне смерове флукс Φ_2 је позитиван, па је и коефицијент L_{21} позитиван. Ако би се променио референтни смер струје у једној од контура, L_{21} би био негативан.

Када се струја i_1 мења у времену, у другој контури се индукује електромоторна сила међусобне индукције

$$e_{m2} = -L_{21}\frac{di_1}{dt}.$$

Смер индуковане емс се рачуна у односу на усвојени референтни смер на контури 2, који заједно са референтним смером струје на контури 1 одређује аалгебаарски предзнаак међусобне индуктивности.

Аналогно претходном, ако у контури 2 постоји струја i_2, контуру 1 прожима укупни флукс Φ_1, који је сразмеран струји i_2.

$$\Phi_1 = L_{12} i_2.$$

Када се струја у контури 2 мења у времену, у контури 1 се индукује емс међусобне индукције

$$e_{m1} = -L_{12}\frac{di_2}{dt}.$$

Може се доказати да је $L_{21}=L_{12}$.

Везивање калемова на ред

Када се два калема индуктивности L_1 и L_2 вежу на ред да између њих не постоји индуктивна спрега, еквивалентна индуктивност је

$$L = L_1+L_2$$

Међутим, ако између калемова постоји индуктивна спрега, тј. ако је $L_{12} \neq 0$ одређивање еквивалентне индуктивности се своди на изналажење елемента кола који може да замени индуктивно спрегнуте калемове.

Из услова једнакости енергија магнетног поља еквивалентног калема и спрегнутих калемова при истој јаачини струје има се:

$$\frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L_1 i^2 + \frac{1}{2}L_2 i^2 + 2\frac{1}{2}L_{12} i^2$$

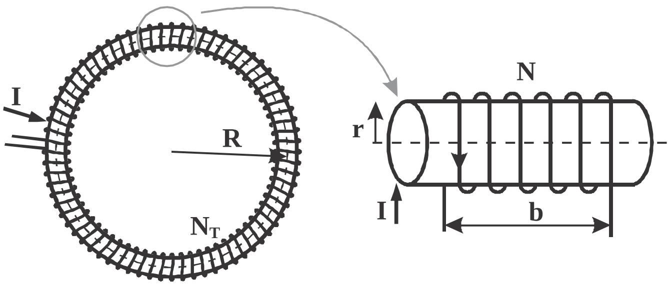
Једначину поделимо са $\frac{i^2}{2}$ па добијамо:

$$L = L_1 + L_2 + 2L_{12}.$$

L_{12} може да има алгебарско значење. Ако посматрамо два калема превезивањем његових крајева могу се остварити две различите вредности еквивалентне индуктивности:

$$L = L_1 + L_2 \pm 2|\,L_{12}\,|.$$

ЗАДАТАК: Одредити магнетну индукцију у соленоиду са картонским језгром, дужине b. Соленоид има N густо и равномерно намотаних завојака жице, кроз које протиче стална струја јачине I. Полупречник картонског језгра на које је намотан калем је r. Израчунати индуктивност овог соленоида.
Бројни подаци: b = 5 cm, N = 20, I = 2 A и r = 1cm.



Слика 1.5.3.1.

Решење:

Соленоид можемо посматрати као N прстенова, поређаних један до другог. Тачан израз за магнетну индукцију унутар соленоида добија се векторским сабирањем вектора магнетне индукције, који у посматраној тачки ствара сваки од прстенова, међутим, то је врло компликован поступак и зато у случају соленоида користимо апроксимацију, која даје довољно тачан резултат за већину примена. Соленоид ћемо посматрати као део јако великог, танког торуса, као што је приказано на слици 1.5.3.1.

Магнетну индукцију танког торуса смо одредили раније и она износи:

$$B = \mu_0 \frac{N_T I}{l_{Sr}} = \mu_0 \frac{N_T I}{2\pi R}.$$

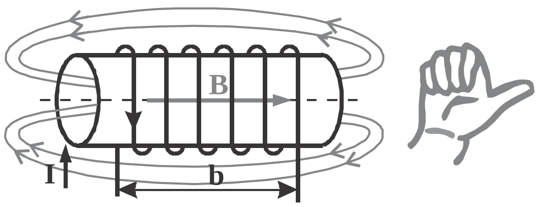
где је N_T број завојака торуса. Однос N_T/l_{sr} представља број завојака по јединици дужине (средње линије) торуса. С обзиром да су завојци торуса равномерно мотани, овај однос представља број завојака по јединици дужине било ког дела торуса, па то важи и за део торуса дужине b који сматрамо соленоидом:

$$\frac{N_T}{l_{sr}} = \frac{N}{b},$$

где је N број завојака соленоида. Наравно, кроз намотај соленоида тече иста струја I па је магнетна индукција соленоида:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{b} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \cdot 20 \cdot 2A}{5 \cdot 10^{-2} m} = 10 \cdot 10^{-4} T.$$

Дакле, сматрамо да је магнетно поље хомогено унутар соленоида. На слици 1.5.3.2. приказане су линије поља унутар соленоида, а смер вектора је одређен правилом десне руке у односу на смер струје кроз намотај.

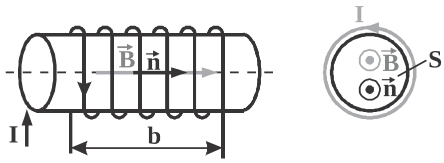


Слика 1.5.3.2.

Одредимо сопствени флукс кроз један завојак соленоида.

$$\Phi_0 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n}) = \int_S B \cdot dS = B \int_S dS = B \cdot S,$$

На слици 1.5.3.3. приказан је попречни пресек соленоида и површина S, која се ослања на један завојак кроз коју рачунамо флукс. Вектор $d\vec{S}$ има правац нормале на површину dS, а смер му је одређен према смеру контуре која ограничава површину S на основу правила десне руке (завојнице). Смер ове контуре је одређен смером струје кроз завојак. Вектори $\vec{B}$ и $d\vec{S}$ су истог правца и смера, па је угао између њих једнак нули. У решавању смо користили чињеницу да магнетно поље у соленоиду сматрамо хомогеним, па смо интензитет вектора магнетне индукције извукли испред интеграла.



Слика 1.5.3.3.

Соленоид има N завојака па је укупни сопствени флукс:

$$\Phi = N\Phi_0 = NBS = N\mu_0 \frac{NI}{b} S = \mu_0 \frac{N^2 I}{b} S,$$

а индуктивност је:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\frac{\mu_0 N^2 I}{b} S}{I} = \mu_0 \frac{N^2}{b} S.$$

Површина попречног пресека је $S = r^2 \pi$.

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{b} r^2 \pi = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m} \cdot 20^2}{5 \cdot 10^{-2} m} \left(1 \cdot 10^{-2} m\right)^2 \pi = 3{,}2 \mu H.$$