Sl. Z.7.1.3 Model operacionog pojačavača sa konačnim diferencijalnim pojačanjem

S obzirom da je neinvertujući ulaz operacionog pojačavača vezan na masu (V_2=0), a kako je prema modelu prikazanom na Sl. Z.7.1.3:

(Z.7.1.2) $\quad V_{iz} = A(V_2 - V_1)$,

to je:

(Z.7.1.3) $\quad V_{iz} = -A \cdot V_1$.

Smenom napona V_1=-V_{iz}/A iz izraza (Z.7.1.3) u izraz (Z.7.1.1) dobija se jednačina:

$$V_g + \frac{V_{iz}}{A} = \frac{R_1}{R_2}\left(-\frac{V_{iz}}{A} - V_{iz}\right)$$

iz koje se može izračunati naponsko pojačanje:

(Z.7.1.4) $\quad A_v = \frac{V_{iz}}{V_g} = \frac{-R_2/R_1}{1+(1+R_2/R_1)/A}$.

U slučaju vrlo velikog pojačanja operacionog pojačavača A, a s obzirom na praktične vrednosti otpornosti R_1 i R_2, važi:

(Z.7.1.5) $\quad (1+R_2/R_1)/A << 1$.

Ako je uslov (Z.7.1.5) ispunjen dobija se izraz za naponsko pojačanje invertorskog pojačavača sa idealnim operacionim pojačavačem:

(Z.7.1.6) $\quad A_{v0} = -R_2/R_1$.

Kod neinvertorskog pojačavača, neinvertujući ulaz je vezan na pobudni napon V_g (V_2=V_g). Uzimajući u obzir izraz (Z.7.1.2), napon na invertujućem ulazu operacionog pojačavača V_1 iznosi:

(Z.7.1.7) $\quad V_1 = V_g - V_{iz}/A$.

Zbog beskonačno velike ulazne impedanse operacionog pojačavača, struja kroz otpornike R_1 i R_2 (Sl. Z.7.1.2) mora biti ista:

(Z.7.1.8) $\quad J = \frac{-V_1}{R_1} = \frac{V_1 - V_{iz}}{R_2}$.

Zamenom izraza (Z.7.1.7) u izraz (Z.7.1.8) i jednostavnim sređivanjem dobija se naponsko pojačanje neinvertorskog pojačavača:

(Z.7.1.9) $\quad A_v = \frac{V_{iz}}{V_g} = \frac{1+R_2/R_1}{1+(1+R_2/R_1)/A}$.

Ako je ispunjen uslov (Z.7.1.5), što je sigurno ispunjeno kada je pojačanje operacionog pojačavača beskonačno, dobija se naposko pojačanje neinvertorskog pojačavača sa idealnim operacionim pojačavačem:

(Z.7.1.10) $\quad A_{v0} = 1 + R_2/R_1$.

b) Osetljivost pojačanja invertorskog i neinvertorskog pojačavača može se dobiti iz zajedničkog oblika izraza za njihovo pojačanje:

(Z.7.1.11) $\quad A_v = \frac{A_{v0}}{1+(1+R_2/R_1)/A}$.

Ako se pojačanje operacionog pojačavača A promeni na A+ΔA pojačanje pojačavača A_v se menja i iznosi:

(Z.7.1.12) $\quad A_v + \Delta A_v = \frac{A_{v0}}{1+\beta/(A+\Delta A)}$.

Gde je $\beta = 1 + R_2/R_1$.

Kombinacijom prethodnih izraza dobija se izraz za osetljivost pojačanja pojačavača:

(Z.7.1.13) $\quad \frac{\Delta A_v}{A_{v0}} = \frac{\beta \frac{\Delta A}{A(A+\Delta A)}}{(1+\beta/A)[1+1+\beta/(A+\Delta A)]}$.

Ovaj izraz se može uprostiti ukoliko su ispunjeni uslovi:

(Z.7.1.14) $\quad \frac{1+R_2/R_1}{A} << 1 \quad$ i $\quad \frac{1+R_2/R_1}{A+\Delta A} << 1$,

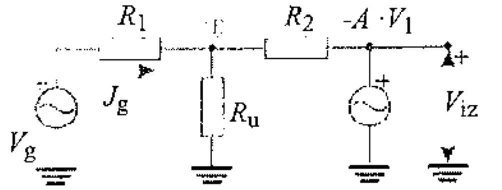
što je najčešće ispunjeno, čime se dobija:

(Z.7.1.15) $\quad \frac{\Delta A_v}{A_{v0}} = \frac{\Delta A}{A} \cdot \frac{1+R_2/R_1}{A(1+\Delta A/A)}$.

Na osnovu ovog izraza može se izračnati osetljivost pojačanja invertorskog i neinvertorskog pojačavača. Ako je A najveća moguća vrednost pojačanja operacionog pojačavača, to $\Delta A/A$ mora biti negativan broj, i on iznosi $\Delta A/A$= -0.5. Zamenom brojnih vrednosti dobija se:

(Z.7.1.16) $$\frac{\Delta A_v}{A_{v0}} = -0.5\frac{1+100}{10000\cdot(1-0.5)} = -\frac{101}{10000} = -0.01 \quad (1\%).$$ ☑

Rešenje zadatka 7.2 Invertorski pojačavač se može predstaviti kolom sa Sl. Z.7.2.1.



Sl. Z.7.2.1 Ekvivalentno kolo invertorskog pojačavača

Za čvor (1) sa Sl. Z.7.2.1 može se pisati:

(Z.7.2.1) $$(V_1 - V_g)/R_1 + V_1/R_u + (V_1 + A \cdot V_1)/R_2 = 0.$$

Rešavanjem ove jednačine po V_1 dobija se:

(Z.7.2.2) $\quad V_1 = \frac{V_g}{1 + R_1/R_u + (1+A)\cdot R_1/R_2}$.

Naponsko pojačanje invertorskog pojačavača je sada:

$$A_v = \frac{V_{iz}}{V_g} = \frac{-A \cdot V_1}{V_g} = \tag{Z.7.2.3}$$
$$= \frac{-R_2/R_1}{1+\left(1+R_2/R_1+R_2/R_u\right)/A}.$$

Ulazna impedansa invertorskog pojačavača je:

(Z.7.2.4) $\quad Z_u = V_g / J_g$,

gde je:

(Z.7.2.5) $\quad J_g = (V_g - V_1)/R_1$.

Smenom izraza (Z.7.2.2) i (Z.7.2.5) u (Z.7.2.4) dobija se ulazna impedansa:

(Z.7.2.6) $\quad Z_u = R_1 + \dfrac{1}{1/R_u + (1+A)/R_2}$.

Koristeći izraz (Z.7.2.3) za naponsko pojačanje i izraz (Z.7.2.6) za ulaznu impedansu invertorskog pojačavača za date vrednosti A i R_u dobija se:

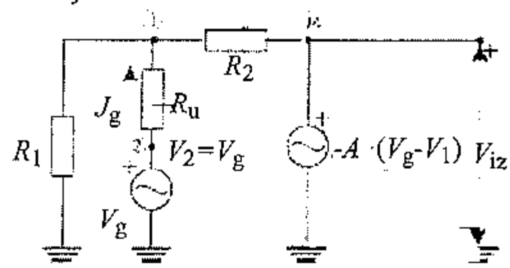
a) A= 10 000 i R_u= 100 kΩ: A_v= -98.99 i Z_u= 1009.998 Ω;

b) A=10000 i $R_u \to \infty$: A_v= -99 i Z_u= 1009.999 Ω;

c) $A \to \infty$ i R_u= 100 kΩ: A_v = -100 i Z_u= 1 000 Ω;

d) $A \to \infty$ i $R_u \to \infty$: A_v= -100 i Z_u= 1 000 Ω.

Ekvivalentno kolo neinvertorskog pojačavača prikazano je na Sl. Z.7.2.2.



Sl. Z.7.2.2 Ekvivalentno kolo neinvertorskog pojačavača

Za čvor (1) može se napisati jednačina:

$$V_1/R_1 + (V_1 - V_g)/R_u + \tag{Z.7.2.7}$$
$$+[V_1 - A\cdot(V_g - V_1)]/R_2 = 0.$$

Rešavanjem ove jednačine po V_1 dobija se:

(Z.7.2.8) $\quad V_1 = V_g \dfrac{1/R_u + 1/R_2}{1/R_1 + 1/R_u + (1+A)/R_2}$.

Naponsko pojačanje neinvertorskog pojačavača je sada:

$$A_v = \frac{V_{iz}}{V_g} = \frac{A\cdot(V_g - V_1)}{V_g} = \tag{Z.7.2.9}$$
$$= \frac{1+R_2/R_1+R_2/R_u}{1+\left(1+R_2/R_1+R_2/R_u\right)/A}.$$

Ulazna impedansa neinvertorskog pojačavača određuje se iz izraza:

(Z.7.2.10) $\quad Z_u = V_g / J_g$,

gde je

(Z.7.2.11) $\quad J_g = (V_g - V_1)/R_u$.

Zamenom izraza (Z.7.2.8) i (Z.7.2.11) u (Z.7.2.10) dobija se ulazna impedansa u obliku:

(Z.7.2.12) $\quad Z_u = R_u\left(1+\dfrac{1+R_2/R_u}{A+R_2/R_1}\right)$.

Zamenom datih vrednosti za A i R_u u izraz (Z.7.2.9) za naponsko pojačanje i (Z.7.2.12) za ulaznu impedansu neinvertorskog pojačavača dobija se:

a) A= 10 000 i R_u= 100 kΩ: A_v= 100,97 i Z_u= 100,02 kΩ;

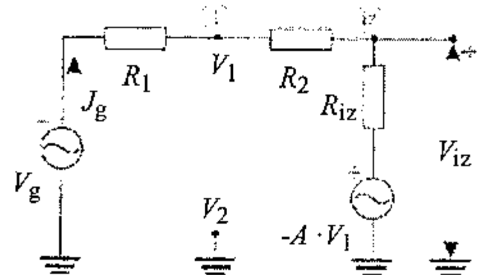
b) A= 10 000 i $R_u \to \infty$: A_v= 99,99 i $Z_u \to \infty$;

c) $A \to \infty$ i R_u= 100 kΩ: A_v= 102 i Z_u= 100 kΩ;

d) $A \to \infty$ i $R_u \to \infty$: A_v= 100 i $Z_u \to \infty$.

☑

Rešenje zadatka 7.3 Na Sl. Z.7.3.1 predstavljeno je ekvivalentno kolo invertorskog pojačavača kod koga je upotrebljen operacioni pojačavač sa beskonačnom ulaznom i konačnom izlaznom otpornošću.



Sl. Z.7.3.1 Ekvivalentno kolo invertorskog pojačavača

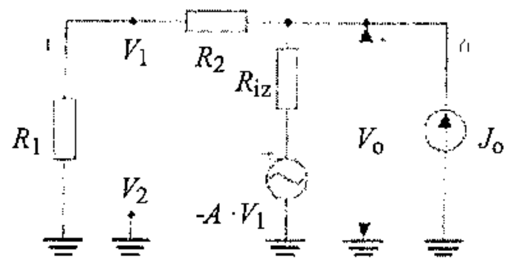
Za čvorove (1) i (iz) mogu se napisati jednačine:

(Z.7.3.1) $\quad (V_1 - V_g)/R_1 + (V_1 - V_{iz})/R_2 = 0$

(Z.7.3.2) $\quad (V_{iz} - V_1)/R_2 + (V_{iz} + A\cdot V_1)/R_{iz} = 0$.

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se naponsko pojačanje invertorskog pojačavača:

(Z.7.3.3) $\quad A_v = \dfrac{V_{iz}}{V_g} = \dfrac{-R_2/R_1}{1+\dfrac{R_1+R_2}{R_1}\cdot\dfrac{R_2+R_{iz}}{A\cdot R_2 - R_{iz}}}$.



Sl. Z.7.3.2 Ekvivalentno kolo invertorskog pojačavača za određivanje izlazne otpornosti

Izlazna otpornost invertorskog pojačavača određuje se analizom kola prikazanog na Sl. Z.7.3.2 i nalaženjem odnosa napona V_o i struje J_o. Tom prilikom je pobudni generator V_g kratko spojen, tj, V_g=0.

Za čvorove (1) i (0) mogu se napisati sledeće jednačine:

(Z.7.3.4) $V_1/R_1 + (V_1 - V_o)/R_2 = 0$

(Z.7.3.5) $(V_o - V_1)/R_2 + (V_o + \Delta V_1)/R_{iz} = J_o$.

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se izlazna impedansa:

(Z.7.3.6) $Z_{iz} = \dfrac{V_o}{J_o} = \dfrac{R_{iz}}{1 + (A \cdot R_1 + R_{iz})/(R_1 + R_2)}$.

Zamenom brojnih vrednosti za A i R_{iz} u izrazima (Z.7.3.3) za naponsko pojačanje i (Z.7.3.6) za izlaznu impedansu invertorskog pojačavača dobija se:

a) A=10 000 i R_{iz}=500 Ω: A_v= -98,995 i Z_{iz}= 4.999 Ω;

b) A = 10 000 i R_{iz}= 0: A_v = -99 i Z_{iz}= 0;

c) $A \to \infty$ i R_{iz}= 500 Ω: A_v = 100 i Z_{iz}= 0;

d) $A \to \infty$ i R_{iz}= 0: A_v =-100 i Z_{iz}= 0.

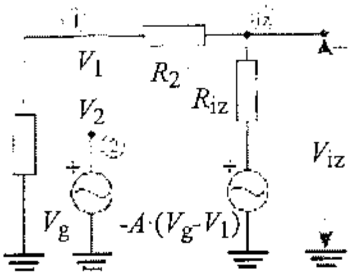
Analizu ekvivalentnog kola neinvertorskog pojačavača sa Sl. Z.7.3.3 počinjemo pisanjem jednačina za čvorove (1) i (iz):

(Z.7.3.7) $V_1/R_1 + (V_1 - V_{iz})/R_2 = 0$

(Z.7.3.8) $(V_{iz} - V_1)/R_2 + [V_{iz} - A \cdot (V_g - V_1)]/R_{iz} = 0$

Eliminacijom napona V_1 iz ovog sistema jednačina može se dobiti naponsko pojačanje neinvertorskog pojačavača:

(Z.7.3.9) $A_v = \dfrac{V_{iz}}{V_g} = \dfrac{1 + R_2/R_1}{1 + (1 + R_2/R_1 + R_{iz}/R_1)/A}$.



Sl. Z.7.3.3 Ekvivalentno kolo neinvertorskog pojačavača

Izlazna impedansa neinvertorskog pojačavača jednaka je izlaznoj impedansi invertorskog pojačavača s obzirom da se oba pojačavača mogu predstaviti ekvivalentnim kolom sa Sl. Z.7.3.2 (V_g=0, pri određivanju Z_{iz}). Zbog toga će u ovom slučaju biti određeno samo naponsko pojačanje neinvertujućeg pojačavača datog izrazom (Z.7.3.9) za date vrednosti pojačanja A i izlazne otpornosti R_{iz} operacionog pojačavača:

a) A= 10 000 i R_{iz}= 500 Ω: A_v= 87,06;

b) A= 10 000 i R_{iz}= 0: A_v= 99,99;

c) $A \to \infty$ i R_{iz}= 500 Ω: A_v= 101;

d) $A \to \infty$ i R_{iz}= 0: A_v= 101.

☑

Rešenje zadatka 7.4 Za čvorove V_1 i V_2 pojačavača sa Sl. Z.7.4.1 može se napisati sledeći sistem jednačina:

(Z.7.4.1) $(V_1 - V_{g1})/R_1 + (V_1 - V_{iz})/R_2 = 0$

(Z.7.4.2) $(V_2 - V_{g2})/R_3 + V_2/R_4 = 0$.

Za operacioni pojačavač sa beskonačnim pojačanjem važi relacija:

(Z.7.4.3) $V_1 = V_2$.

Rešavanjem navedenog sistema jednačina uz korišćenje relacije (Z.7.4.3) dobija se izraz za izlazni napon:

(Z.7.4.4) $V_{iz} = (1+p)\dfrac{1}{1+q}V_{g2} - p \cdot V_{g1}$,

odnosno,

(Z.7.4.5) $V_{iz} = p\left(\dfrac{q}{p} \cdot \dfrac{1+p}{1+q}V_{g2} - V_{g1}\right)$.

Gde je $p=R_2/R_1$ i $q=R_4/R_3$.

Da bi kolo sa Sl. Z.7.4.1 predstavljalo diferencijalni balansni pojačavač koeficijenti uz V_{g1} i V_{g2} u ovom izrazu moraju biti jednaki, čime se definiše potreban odnos otpornika u kolu:

(Z.7.4.6) $\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{R_4}{R_3}$.

U tom slučaju je napon na izlazu diferencijalnog balansnog pojačavača proporcionalan razlici ulaznih napona i dat je izrazom:

(Z.7.4.7)
$$V_{iz} = \frac{R_2}{R_1}(V_{g2} - V_{g1}) = \\ = A_{db}(V_{g2} - V_{g1}),$$

gde je konstanta proporcionalnosti (pojačanje diferencijalnog balansnog pojačavača) označena sa A_{db}.

Za kolo sa dva operaciona pojačavača prikazano na Sl. Z.7.4.2, na osnovu jednačine za invertujući čvor, može se pisati:

(Z.7.4.8) $V_{iz} = (1+q) \cdot V_{g2} - q \cdot V_x$,

gde je:

(Z.7.4.9) $V_x = (1+p) \cdot V_{g1}$.

Smenom izraza (Z.7.4.9) u (Z.7.4.8) dobija se:

(Z.7.4.10) $V_{iz} = (1+q) \cdot V_{g2} - q \cdot (1+p) \cdot V_{g1}$.

Ovo kolo predstavlja diferencijalni pojačavač ako je ispunjen uslov:

(Z.7.4.11) $R_4/R_3 = R_1/R_2$,

a izlazni napon je u tom slučaju proporcionalan razlici ulaznih napona:

(Z.7.4.12) $$V_{iz} = (1+R_1/R_2)(V_{g2}-V_{g1}) = = A_{dp}(V_{g2}-V_{g1}),$$

sa konstantom proporcionalnosti (pojačanje diferencijalnog pojačavača) A_{dZ}.

Instrumentacioni pojačavač (Sl. Z.7.4.3) je kolo sa velikom ulaznom impedansom koje se veoma često koristi u elektronskim mernim instrumentima. Za ovo kolo mogu se napisati sledeći izrazi koji su izvedeni iz jednačina čvorova:

(Z.7.4.13) x: $V_x = (1+p)\cdot V_{g1} - p\cdot V_{g2}$,

(Z.7.4.14) y: $V_y = (1+s)\cdot V_{g2} - s\cdot V_{g1}$,

i za čvorove (1) i (2)

(Z.7.4.15) $$V_{iz} = -t\cdot V_x + (1+t)\frac{1}{1+r}V_y.$$

Gde su: $s=R_3/R_1$, $t=R_6/R_4$ i $r=R_5/R_7$.

Smenom izraza (Z.7.4.13) i (Z.7.4.14) u (Z.7.4.15) dobija se

(Z.7.4.16) $$V_{iz} = \left[p\cdot t + \frac{(1+s)(1+t)}{1+r}\right]\cdot V_{g2} - \left[t(1+p) + s\frac{1+t}{1+r}\right]\cdot V_{g1}.$$

Ukoliko se usvoji da je $R_2=R_3$, $R_4=R_5=R_6=R_7$ dobija se znatno uprošćen izraz za izlazni napon koji je proporcionalan razlici ulaznih napona:

(Z.7.4.17) $$V_{iz} = (1+2R_2/R_1)(V_{g2}-V_{g1}) = = A_{ip}(V_{g2}-V_{g1}),$$

sa konstantom proporcionalnosti (pojačanje instrumentacionog pojačavača) A_{ip}. Očigledno je da se pojačanje instrumentacionog pojačavača može menjati promenom samo jednog otpornika u kolu (R_1).

☑

Rešenje zadatka 7.5 U slučaju korišćenja operacionog pojačavača sa beskonačnim pojačanjem, diferencijalno pojačanje diferencijalnog balansnog pojačavača treba da bude jednako jedinici:

(Z.7.5.1) $A_{db} = R_2/R_1 = R_4/R_3 = 1$.

Za realno kolo, kod koga je pojačanje operacionog pojačavača konačno, važi:

(Z.7.5.2) $(V_2 - V_{g2})/R_3 + V_2/R_4 = 0$

(Z.7.5.3) $(V_1 - V_{g1})/R_1 + (V_1 - V_{iz})/R_2 = 0$.

Iz ove dve jednačine mogu se odrediti naponi:

(Z.7.5.4) $$V_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2}V_{g1} + \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{iz}$$

(Z.7.5.5) $$V_2 = \frac{R_4}{R_3+R_4}V_{g2}.$$

Izlazni napon se može predstaviti u funkciji ovih napona, pojačanja razlike, A, i pojačanja srednje vrednosti operacionog pojačavača, A_c, izrazom:

(Z.7.5.6) $V_{iz} = A\cdot(V_2 - V_1) + A_c(V_1+V_2)/2$.

Zamenom izraza (Z.7.5.4) i (Z.7.5.5) u (Z.7.5.6) dobija se izraz za izlazni napon:

(Z.7.5.7) $$V_{iz} = \frac{\frac{R_4}{R_3+R_4}(A+A_c/2)}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}(A-A_c/2)}V_{g2} - \frac{\frac{R_2}{R_1+R_2}(A-A_c/2)}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}(A-A_c/2)}V_{g1}.$$

Izlazni napon se može izraziti preko diferencijalnog, A_{db}, i pojačanja srednje vrednosti, A_{cb}, diferencijalnog balansnog pojačavača na način sličan izrazu (Z.7.5.6):

(Z.7.5.8) $$V_{iz} = A_{db}(V_{g2}-V_{g1}) + + A_{sb}(V_{g1}+V_{g2})/2.$$

Iz jednačina (Z.7.5.7) i (Z.7.5.8) lako se mogu dobiti izrazi za tražena pojačanja:

(Z.7.5.9) $$A_{db} = \frac{1}{2}\frac{\alpha(A-A_c/2)+\beta(A+A_c/2)}{1+\alpha(A-A_c/2)},$$

i

(Z.7.5.10) $$A_{cb} = \frac{\alpha(-A+A_c/2)+\beta(A+A_c/2)}{1+\alpha(A-A_c/2)},$$

gde je $\alpha=R_2/(R_1+R_2)$ i $\beta=R_4/(R_3+R_4)$.

Faktor potiskivanja srednje vrednosti diferencijalnog balansnog pojačavača je odnos diferencijalnog i pojačanja srednje vrednosti pojačavača ($\rho_b = A_{db}/A_{cb}$), tj:

(Z.7.5.11) $$\rho_b = \frac{1}{2}\frac{A(\alpha+\beta)-(\alpha-\beta)A_c/2}{-A(\alpha-\beta)+(\alpha+\beta)A_c/2}.$$

Ovim izrazom dat je istovremeni uticaj faktora potiskivanja srednje vrednosti signala operacionog pojačavača ($\rho=A/A_c$) i faktora potiskivanja srednje vrednosti signala usled razdešenosti otpornika (ρ_r) na faktor potiskivanja diferencijalnog balansnog pojačavača.

Faktor potiskivanja srednje vrednosti signala usled razdešenosti otpornika može se proceniti iz izraza (Z.7.5.11) kada se pretpostavi da je faktor potiskivanja operacionog pojačavača beskonačan, tj, ako je $A_c=0$. Tada je:

(Z.7.5.12) $$\rho_r = \frac{1}{2}\frac{2R_2R_4+R_2R_3+R_1R_4}{R_1R_4-R_2R_3}.$$

Faktor potiskivanja srednje vrednosti signala diferencijalnog balansnog pojačavača sada se može napisati u obliku:

(Z.7.5.13) $\rho_b = (\rho_r \rho + 1/4)/(\rho_r + \rho)$.

Ako je ispunjen uslov, što je najčešće slučaj, da je:

(Z.7.5.14) $\rho_r \cdot \rho >> 1/4$,

onda je:

(Z.7.5.15) $1/\rho_b = 1/\rho_r + 1/\rho$.

Sa datom tolerancijom otpornika 1% (p= 0.01) uzimajući najgori slučaj razdešenosti otpornika, tj:

(Z.7.5.16) $R_4 = R_2(1+p)$ i $R_3 = R_1(1-p)$,

dobija se da je faktor potiskivanja usled razdešenosti otpornika:

(Z.7.5.17) $$\rho_r = \frac{1}{2}\frac{2R_2^2(1+p) + 2R_1R_2}{R_1R_2(2p)} = \frac{1+(1+p)(R_2/R_1)}{2p}.$$

Za poznato diferencijalno pojačanje diferencijalnog balansnog pojačavača A_{db}=R_2/R_1=1, faktor potiskivanja usled razdešenosti otpornika postaje:

(Z.7.5.18) $\rho_r = (2+p)/(2p) = 100.5$

ili 40.04 dB. Kako je faktor potiskivanja operacionog pojačavača jednak:

(Z.7.5.20) $\rho = A/A_c = 1000$ (60dB),

dobija se da je faktor potiskivanja srednje vrednosti diferencijalnog balansnog pojačavača (pošto je uslov (Z.7.5.14) ispunjen) prema izrazu (Z.7.5.15)

(Z.7.5.21) $\rho_b = 91.32$ (39.2 dB).

☑

Rešenje zadatka 7.6

Na Sl. Z.7.6.1a prikazano je kolo konvertora napona u struju kod koga ni jedan kraj potrošača, Z, nije vezan za masu. Kako je operacioni pojačavač idealan, to je:

(Z.7.6.1) $V_1 = V_2 = V_g$,

a jednake su i struje:

(Z.7.6.2) $J_z = J = V_g/R_1$.

Očigledno je, dakle, da kroz potrošač proizvoljne impendanse Z, protiče struja čija je vrednost direktno proporcionalna vrednosti napona V_g, pri čemu je koeficijent proporcionalnsti jednak $1/R_1$.

Na Sl. Z.7.6.1b prikazano je kolo konvertora napona u struju sa potrošačem Z čiji je jedan kraj uzemljen. S obzirom da je upotrebljen idealni operacioni pojačavač, važi relacija:

(Z.7.6.3) $$V_1 = V_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{iz} + \frac{R_2}{R_1+R_2}V_g.$$

Struja kroz potrošač je tada:

(Z.7.6.4) $J_z = J_3 - J_4 = V_2/R_3 - (V_{iz} - V_2)/R_4$,

odnosno:

(Z.7.6.5) $$J_z = \frac{1+R_4/R_3}{1+R_2/R_1}\frac{V_g}{R_3} - \left(1 - \frac{1+R_4/R_3}{1+R_2/R_1}\right)\frac{V_{iz}}{R_4}.$$

Kada je ispunjen uslov R_4/R_3=R_2/R_1 struja kroz potrošač Z postaje nezavisna od izlaznog napona, V_{iz}, odnosno od impedanse potrošača:

(Z.7.6.6) $J_z = V_g/R_3$.

Obe konfiguracije Z.7.6.1a i Z.7.6.1b ponašaju se kao strujni generatori kontrolisani naponom V_g.

Na Sl. Z.7.6.2 prikazano je kolo konvertora struje u napon. Invertorski ulaz operacionog pojačavača nalazi se na potencijalu virtualne mase (V_1=0) pa je struja kroz R_1 takođe jednaka nuli, tako da je izlazni napon proporcionalan vrednosti struje J_g, pri čemu je koeficijenat proporcionalnosti jednak -R_2:

(Z.7.6.7) $V_{iz} = -R_2 J_g$.

Očigledno je da se kolo sa Sl. Z.7.6.2 ponaša kao naponski generator kontrolisan strujom J_g.

☑

Rešenje zadatka 7.7

a) Za invertujuće kolo za sabiranje, prikazano na Sl. Z.7.7.1, može se napisati sledeća jednačina:

(Z.7.7.1) $V_1/R_1 + V_2/R_2 + V_3/R_3 + V_{iz}/R = 0$.

Odavde je izlazni napon dat u obliku:

(Z.7.7.2) $$V_{iz} = -R\left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right).$$

b) Ukoliko otpornosti R_i (i=1,2,3) uzmu zadate vrednosti izlazni napon postaje:

(Z.7.7.3) $$V_{iz} = -(V_1 + 2\cdot V_2 + 4\cdot V_3) = -(2^0\cdot V_1 + 2^1\cdot V_2 + 2^2\cdot V_3).$$

Ako se ulazni naponi menjaju od 0 do 1 V, izlazni napon ima minimalnu vrednost kad su ulazni naponi V_i= 0 V (i=1,2,3) i iznosi V_{iz}=0 V, a maksimalnu kada su ulazni naponi maksimalni V_i=1 V (i=1,2,3) i iznosi V_{iz}= -7 V.

c) Za neinvertujuće kolo za sabiranje sa Sl. Z.7.7.2 može se napisati sledeća jednačina za čvor neinvertujućeg ulaza operacionog pojačavača:

(Z.7.7.4) $$(V - V_1)/R_1 + (V - V_2)/R_2 + (V - V_3)/R_3 + V/R = 0.$$

gde je, na osnovu jednačine za čvor invertujućeg ulaza operacionog pojačavača:

(Z.7.7.5) $V = V_{iz}R_0/(R + R_0)$.

Zamenom izraza (Z.7.7.5) u (Z.7.7.4) dobija se izraz za izlazni napon:

(Z.7.7.6) $V_{iz} = \dfrac{(1+R/R_0)\cdot R}{1+\dfrac{R}{R_1}+\dfrac{R}{R_2}+\dfrac{R}{R_3}}\left(\dfrac{V_1}{R_1}+\dfrac{V_2}{R_2}+\dfrac{V_3}{R_3}\right).$

Da bi zavisnost izlaznog od ulaznih napona kod neinvertujućeg kola za sabiranje data izrazom (Z.7.7.6), bila po apsolutnoj vrednosti identična zavisnosti datoj izrazom (Z.7.7.2) kod invertujućeg kola za sabiranje, mora biti ispunjen uslov:

(Z.7.7.7) $1/R_0 = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$.

Za vrednosti otpornosti R_i (i= 1, 2, 3) koje su date u tački b) imamo:

(Z.7.7.8) $1/R_0 = 1/R + 2/R + 4/R = 7/R$,

odnosno:

(Z.7.7.9) $R_0 = R/7$.

☑

Rešenje zadatka 7.8

a) Za čvor (1) u kolu integratora sa Sl. Z.7.8.1 može se pisati:

(Z.7.8.1) $\dfrac{v_g}{R} + C\dfrac{\mathrm{d}v_{iz}}{\mathrm{d}t} = 0.$

Odavde je izlazni napon:

(Z.7.8.2) $v_{iz} = -\dfrac{1}{RC}\int_0^t v_g \mathrm{d}t.$

b) Zadatu diferencijalnu jednačinu možemo napisati u obliku:

(Z.7.8.3) $-\dfrac{\mathbf{d}y}{\mathbf{d}t} = \dfrac{2}{3}y - \mathbf{sin}(\omega t).$

Ako je vremenska konstanta RC=1 s, izlazni napon integratora, y, na čiji se ulaz dovodi signal -$\mathbf{d}y/\mathbf{d}t$ biće rešenje diferencijalne jednačine.

Signal -$\mathbf{d}y/\mathbf{d}t$ može se dobiti na izlazu diferencijalnog balansnog pojačavača ako se pobudni sinusoidalni napon dovede na invertorski ulaz, a izlazni signal integratora dovede na neinvertorski ulaz. Na osnovu svega ovoga, kolo za rešavanje date diferencijalne jednačine može se predstaviti električnom šemom sa Sl. Z.7.8.2.

Izlazni napon diferencijalnog balansnog pojačavača u kolu na Sl. Z.7.8.2 može se predstaviti izrazom:

(Z.7.8.4) $-\dfrac{\mathbf{d}y}{\mathbf{d}t} = \dfrac{R_4(R_1+R_2)}{R_1(R_3+R_4)}\cdot y - \dfrac{R_2}{R_1}\cdot\mathbf{sin}(\omega t).$

Upoređujući odgovarajuće koeficijente u izrazima (Z.7.8.3) i (Z.7.8.4) dobija se:

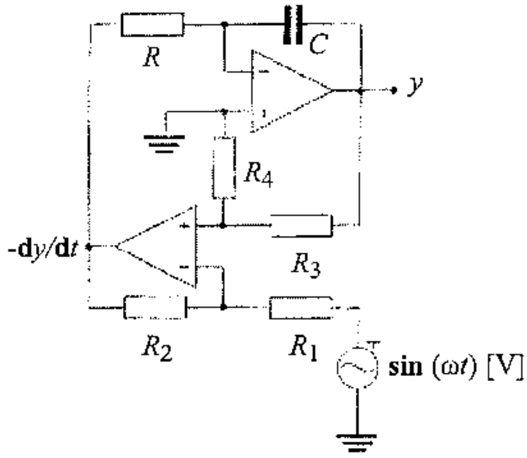
(Z.7.8.5) $R_2/R_1 = 1$,

i

(Z.7.8.6) $\dfrac{1+R_2/R_1}{1+R_3/R_4} = \dfrac{2}{3}$,

odnosno,

(Z.7.8.7) $R_3/R_4 = 2$.



Sl. Z.7.8.2 Kolo za rešavanje diferencijalne jednačine sa nultim graničnim uslovima

c) Poređenjem konfiguracija kola sa Sl. Z.7.8.1 i Z.7.1.1 može se uočiti da se radi o kolima iste topologije, s tom razlikom što se umesto R_2 u kolu sa Sl. Z.7.8.1 javlja X_c, dok je R_1 zamenjeno sa R. Očigledno je da se može iskoristiti izraz (Z.7.1.4) u kome je R_1 zamenjeno sa R, a R_2 sa X_c= $1/(s\cdot C)$. Pored toga, konačno pojačanje A operacionog pojačavača u jednačini (Z.7.1.4) treba zameniti izrazom u koji je uključena konačna granična frekvencija pojačavača f_0: $A_n(s) = A/(1+s/\omega_0)$, gde je ω_0= $2\pi f_0$.

Posle navedenih zamena dobija se prenosna funkcija integratora:

(Z.7.8.8) $A_{int} = \dfrac{-A\omega_0/(RC)}{s^2 + s(\omega_0 A + \omega_0 + \dfrac{1}{RC}) + \dfrac{\omega_0}{RC}}.$

Kako je A>>1 i $A\omega_0$ >>1/(RC) prenosna funkcija kola je:

(Z.7.8.9) $A_{int} = \dfrac{-A\omega_0/(RC)}{s^2 + s\cdot(\omega_0 A) + \dfrac{\omega_0}{RC}}.$

Polinom imenioca (Z.7.8.9) ima dve nule, od kojih je jedna (s_1) dominantna (s_1<<s_2), tako da je:

(Z.7.8.10) $(s-s_1)(s-s_2) = s^2 - (s_1+s_2)s + s_1 s_2 \approx$
$\approx s^2 - s_2 s + s_1 s_2$

Upoređivanjem ovog polinoma i imenioca u izrazu (Z.7.8.9) dobija se:

(Z.7.8.11) $s_1 = -1/(A\cdot R\cdot C)$ i $s_2 = -A\cdot\omega_0$.

Vrednosti frekvencija koje odgovaraju s_1 i s_2 su f_1= $1.59\cdot 10^{-6}$ Hz i f_2= 20 MHz.

Kada se koristi operacioni pojačavač sa beskonačnim pojačanjem, kolo sa Sl. Z.7.8.1 ponaša se kao idealni integrator čija je prenosna funkcija [staviti $A\to\infty$ u (Z.7.8.8)]: $A_{id} = -1/(s\cdot R\cdot C) = -\omega_0/s$.

Dakle idealni integrator ima prost pol u nuli.

Kada se računa sa realnim kolom, ako se ima u vidu frekventno područje u kome je frekvencija signala f (frekvencije komponenata spektra ulaznog signala) znatno manja od f_2= 20 MHz, može se pisati sledeći približni izraz za pojačanje integratora:

$$A_{int} \approx \frac{-A\cdot\omega_0/(RC)}{s\cdot(-s_2)} = \frac{-A\cdot\omega_0/(RC)}{s\cdot(A\cdot\omega_0)} = -\frac{1}{s\cdot RC}.$$

Dakle za signale čija je frekvencija $f_1 < f < f_2$, kolo se ponaša kao idealni integrator. Van ovog opsega kolo nema funkciju integratora.

☑

Rešenje zadatka 7.9

a) Ukoliko je operacioni pojačavač idealan, za kolo sa Sl. Z.7.9.1, koristeći izraz za pojačanje invertorskog pojačavača (Z.7.1.6), u kome je R_1 zamenjeno sa $1/(sC)$ i R_2 sa R, može se pisati izraz za prenosnu funkciju:

(Z.7.9.1) $$A_v = V_{iz}/V_g = -sRC.$$

Prenosna funkcija ima nulu u koordinatnom početku.

b) Ako operacioni pojačavač nije idealan, već je njegovo pojačanje dato izrazom:

(Z.7.9.2) $$A_n(s) = A/(1+s/\omega_0),$$

na osnovu izraza (Z.7.1.4) u kome je R_1 zamenjeno sa $1/(sC)$, a R_2 sa R, i A sa (Z.7.9.2) dobija se prenosna funkcija kola za diferenciranje:

(Z.7.9.3) $$A_v = \frac{-A\omega_0 s}{s^2 + s(\omega_0 + \frac{1}{RC}) + (1+A)\frac{\omega_0}{RC}},$$

čiji su polovi:

(Z.7.9.4) $$s_{1/2} = -\frac{1+\omega_0 RC}{2RC}\left[1 \pm j\sqrt{1-\frac{4\omega_0 RC(1+A)}{(1+\omega_0 RC)^2}}\right].$$

Za A>>1 polovi prenosne funkcije postaju:

(Z.7.9.5) $$s_{1/2} = -\frac{1+\omega_0 RC}{2RC} \pm j\sqrt{\frac{\omega_0 A}{RC}}.$$

Za RC=10 μs, $A=10^5$ i $\omega_0 = 2\pi\cdot 200$ rad/s polovi su:

(Z.7.9.6) $$s_{1/2} = (-50.63\cdot 10^3 \pm j3.54\cdot 10^6)\text{ rad/s} \approx \pm j3.54\cdot 10^6\text{rad/s}.$$

Odgovarajuća frekvencija je:

$$f_{1/2} = |s_{1/2}|/2\pi = 563.4\text{ kHz}.$$

Za frekvencije koje su znatno manje od ove vrednosti, imenilac se ponaša kao konstanta tako da se kolo ponaša kao diferencijator. Iznad ove frekvencije postaju aktivna oba pola, tako da ukupni asimptotski nagib postaje -6dB/oct što znači da se kolo ponaša kao integrator.

☑

Rešenje zadatka 7.10 Pri normalnoj polarizaciji kolektorska struja I_C bipolarnog tranzistora može se predstaviti približnim izrazom:

(Z.7.10.1) $$I_C \approx I_s e^{(V_{BE}/V_T)},$$

gde je I_s inverzna struja zasićenja, V_{BE} napon između baze i emitora, a V_T naponski ekvivalent temperature ($V_T = kT/q$), koji na sobnoj temperaturi iznosi 26 mV.

Iz ovog izraza može se odrediti I_s:

(Z.7.10.2) $$I_s = I_C e^{-(V_{BE}/V_T)} = 95\cdot 10^{-15}\text{ A}.$$

Izlazni napon logaritamskog pojačavača je:

(Z.7.10.3) $$V_{iz} = -V_{BE} = -V_T \ln(I_C/I_s).$$

Kada je operacioni pojačavač idealan, kolektorska struja tranzistora jednaka je struji kroz otpornik R, tj:

(Z.7.10.4) $$I_C = V_g/R.$$

Prema tome, izlazni napon se može predstaviti izrazom:

(Z.7.10.5) $$V_{iz} = -V_T \ln[V_g/(RI_s)].$$

Uzimajući u obzir da je $\mathbf{ln}(x) \approx 2.3\cdot\mathbf{log}(x)$, i zamenom vrednosti elemenata u kolu, dobija se:

(Z.7.10.6) $$V_{iz} = -0.06\cdot\mathbf{log}(V_g/95\cdot 10^{-11}).$$

Treba zapaziti da ulazni napon V_g mora biti veći od nule da bi tranzistor bio normalno polarisan.

Izlazni napon antilogaritamskog (eksponencijalnog) pojačavača sa Sl. Z.7.10.2, u slučaju idealnog operacionog pojačavača sa beskonačnim pojačanjem, može se predstaviti izrazom:

(Z.7.10.7) $$V_{iz} = I\cdot R.$$

Kako je struja I kroz otpornik R jednaka kolektorskoj struji tranzistora I_C, koja se može predstaviti izrazom (Z.7.10.1), izlazni napon je:

(Z.7.10.8) $$V_{iz} = I_C R = I_s R\cdot e^{(V_{BE}/V_T)}.$$

S druge strane, napon između emitora i baze jednak je ulaznom naponu, odnosno:

(Z.7.10.9) $$V_{BE} = -V_g,$$

pa je izlazni napon antilogaritamskog pojačavača:

(Z.7.10.10) $$V_{iz} = R\cdot I_s e^{(-V_g/V_T)}.$$

Kako je $e^x = 10^{x/2.3}$ i uzimajući u obzir vrednosti elemenata u kolu i parametre tranzistora pri sobnoj temperaturi, dobija se:

(Z.7.10.11) $$V_{iz} = R\cdot I_s 10^{-[V_g/(2.3\cdot V_T)]} = 95\cdot 10^{-11}\cdot 10^{-16.72\cdot V_g}.$$

Naravno, napon V_g, u ovom slučaju mora biti negativan da bi tranzistor bio normalno polarisan.

☑

Rešenje zadatka 7.11 Impedanse u kolu negativne povratne sprege pojačavača sa Sl. Z.7.11.1 mogu se predstaviti izrazima:

(Z.7.11.1) $$Z_1 = \frac{R_1[R_2 + 1/(sC_1)]}{R_1 + R_2 + 1/(sC_1)} = \frac{R_1(1+s\tau_1)}{1+s\tau_2},$$

i

(Z.7.11.2) $$Z_2 = \frac{R_3(1+sC_2R_4)}{1+sC_2(R_3+R_4)} = \frac{R_3(1+s\tau_3)}{1+s\tau_4},$$

gde su vremenske konstante date izrazima

(Z.7.11.3) $\tau_1=C_1R_2$, $\tau_2=C_1(R_1+R_2)$, $\tau_3=C_2R_4$, i $\tau_4=C_2(R_3+R_4)$.

Prenosna funkcija neinvertorskog pojačavača može se dobiti zamenom (Z.7.11.1) i (Z.7.11.2) u izraz (Z.7.1.10), umesto R_1 i R_2 respektivno:

(Z.7.11.4) $$H(s) = V_{iz}/V_g = 1 + Z_2/Z_1.$$

Posle sređivanja dobija se:

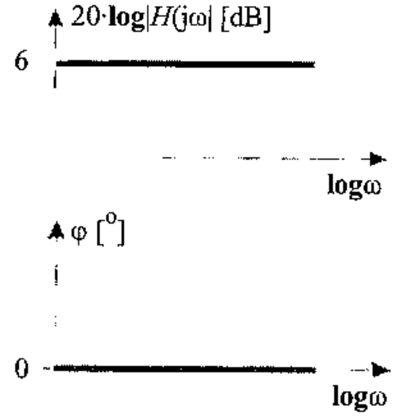
(Z.7.11.5) $$H(s) = (1+R_3/R_1)\frac{1+s\tau_5+s^2\tau_6^2}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_4)},$$

gde su nove vremenske konstante date izrazima:

(Z.7.11.6) $$\tau_5 = C_1R_2 + C_2R_4 + (C_1+C_2)\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}$$

i

(Z.7.11.7) $$\tau_6^2 = C_1C_2R_2R_4\left[1+\frac{R_1R_3}{R_2R_4}\cdot\frac{R_2+R_4}{R_1+R_3}\right].$$



Sl. Z.7.11.2 Amplitudska i fazna karakteristika kola sa Sl. Z.7.11.1

Uz uslov da je $R_1=R_2=R_3=R_4=R$ i $C_1=C_2=C$ vremenske konstante postaju:

(Z.7.11.8) $$\tau_1=\tau_2=CR,\ \tau_3=\tau_4=2CR,\ \tau_5=3CR \quad \text{i} \quad \tau_6^2 = 2C^2R^2.$$

tako da je:

(Z.7.11.9) $$H(s) = 2\frac{1+s(3CR)+s^2(2C^2R^2)}{(1+s\cdot CR)(1+s\cdot 2CR)}.$$

Za određivanje modula i faze prenosne funkcije, kompleksnu frekvenciju s u prenosnoj funkciji treba zameniti sa jω, i tada se dobija:

(Z.7.11.10) $$H(j\omega) = 2\frac{1-2\omega^2C^2R^2 + j3\omega CR}{(1+j\omega CR)(1+j2\omega CR)}.$$

Moduo prenosne funkcije dat je izrazom:

(Z.7.11.11) $$|H(j\omega)| = 2\frac{\sqrt{(1-2\omega^2C^2R^2)^2 + 9\omega^2C^2R^2}}{\sqrt{(1+\omega^2C^2R^2)(1+4\omega^2C^2R^2)}} = 2.$$

Fazna karakteristika dobija se kao zbir doprinosa svih faktora, tj:

(Z.7.11.12) $$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \mathbf{arg}\{H(j\omega)\} = \\ &= \varphi_{\text{brojioca}} - \varphi_{\text{imenioca}} = \\ &= \mathbf{arctg}\frac{3\omega CR}{1-2\omega^2C^2R^2} - \\ &\quad -[\mathbf{arctg}(\omega CR) + \mathbf{arctg}(2\omega CR)] = \\ &= \mathbf{arctg}\frac{3\omega CR}{1-2\omega^2C^2R^2} - \\ &\quad - \mathbf{arctg}\frac{3\omega CR}{1-2\omega^2C^2R^2} = 0.\end{aligned}$$

Amplitudska i fazna karakteristika prikazane su na Sl. Z.7.11.2.

Amplitudska i fazna karakteristika kola sa Sl. Z.7.11.1 su konstantne, tj, ne zavise od frekvencije. Pojačanje kola je 6 dB, a faza 0° pa se ovo kolo može koristiti kao razdvojni stepen sa datim pojačanjem.

☑

Rešenje zadatka 7.12 Za čvorove a, b i c u kolu sa Sl. Z.7.12.1 metodom napona čvorova može se napisati sistem jednačina:

(Z.7.12.1) a: $(V_1 - V_g)/R_1 + sC_1V_1 + V_1/R_2 = 0,$

(Z.7.12.2) b: $V_2/R_3 + sC_4V_2 + (V_2 - V_{iz})/R_4 = 0,$

(Z.7.12.3) c: $V_1/R_2 + sC_3V_{iz} + V_2/R_3 = 0.$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se prenosna funkcija kola u obliku:

(Z.7.12.4) $$H(s) = H_0\frac{1+s/\omega_z}{\left(1+\frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{p2}}+\frac{s^2}{\omega_{p3}^2}\right)},$$

gde su:

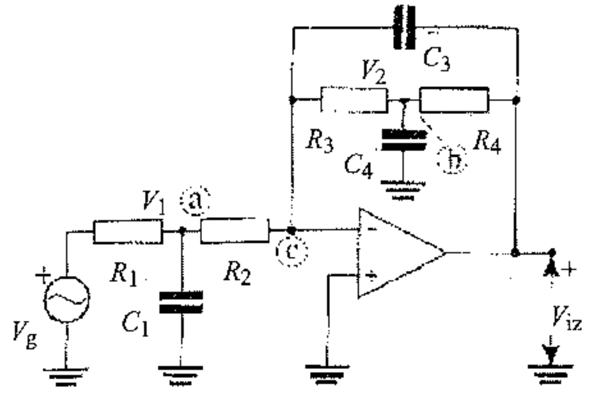
(Z.7.12.5) $H_0 = -(R_3+R_4)/(R_1+R_2),$

(Z.7.12.6) $\omega_z = (R_3+R_4)/(C_4R_3R_4),$

(Z.7.12.7) $\omega_{p1} = (R_1+R_2)/(C_1R_1R_2),$

(Z.7.12.8) $\omega_{p2} = 1/[C_3(R_3+R_4)],$

(Z.7.12.9) $\omega_{p3} = 1/\sqrt{C_3C_4R_3R_4}.$



Sl. Z.7.12.1 Aktivni filtar propusnik niskih frekvencija

Pri određivanju fazne karakteristike, najpre u prenosnu funkciju treba uvesti zamenu s=jω, tako da se dobija:

$$(\text{Z.7.12.10})\qquad H(\mathrm{j}\omega)=\frac{H_0(1+\mathrm{j}\omega/\omega_z)}{\left(1+\dfrac{\mathrm{j}\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1+\dfrac{\mathrm{j}\omega}{\omega_{p2}}-\dfrac{\omega^2}{\omega_{p3}^2}\right)}$$

Sada se fazna karakteristika dobija kao zbir doprinosa svakog faktora i data je izrazom:

$$\varphi(\omega)=\mathbf{arg}\{H(\mathrm{j}\omega)\}=$$
$$=\mathbf{arg}\{H_0\}+\mathbf{arg}\{1+\mathrm{j}\omega/\omega_z\}-$$
$$-\mathbf{arg}\{1+\mathrm{j}\omega/\omega_{p1}\}-$$
$$(\text{Z.7.12.11})\qquad -\mathbf{arg}\{1-\omega^2/\omega_{p3}^2+\mathrm{j}\omega/\omega_{p2}\}=$$
$$=\pi+\mathbf{arctg}(\omega/\omega_z)-\mathbf{arctg}(\omega/\omega_{p1})-$$
$$-\mathbf{arctg}\frac{\omega/\omega_{p2}}{1-(\omega/\omega_{p3})^2}.$$

☑

Rešenje zadatka 7.13

a) Za čvorove a, b i c u kolu sa Sl. Z.7.12.1 metodom potencijala čvorova može se napisati sledeći sistem jednačina:

$$(\text{Z.7.13.1})\ \text{a:}\ \frac{V_1-V_g}{R}+\frac{V_1-V_2}{R}+(V_1-V_{iz})sC=0,$$

$$(\text{Z.7.13.2})\ \text{b:}\ (V_2-V_1)/R+sCV_2=0,$$

$$(\text{Z.7.13.3})\ \text{c:}\ V_2/R_1+(V_2-V_{iz})/R_2=0.$$

Određivanjem V_{iz} dobija se izraz za prenosnu funkciju filtra propusnika niskih frekvencija:

$$(\text{Z.7.13.4})\qquad H(s)=\frac{V_{iz}(s)}{V_g(s)}=$$
$$=\frac{1+R_2/R_1}{1+sCR(2-R_2/R_1)+s^2C^2R^2}.$$

b) Moduo prenosne funkcije dat je izrazom:

$$(\text{Z.7.13.5})\ |H(j\omega)|=\frac{1+R_2/R_1}{\sqrt{(1-X)^2+X\cdot(2-R_2/R_1)^2}},$$

gde je $X=\omega^2C^2R^2$.

Za R_1=R_2 moduo prenosne funkcije postaje:

$$(\text{Z.7.13.6})\qquad |H(j\omega)|=\frac{2}{\sqrt{1-(\omega CR)^2+(\omega CR)^4}}.$$

Prenosna funkcija kola ima par konjugovanokompleksnih polova tako da, i pored toga što se kolo ponaša kao propusnik niskih frekvencija, najveća vrednost pojačanja se ne dobija na frekvenciji ω=0 rad/s, već na frekvenciji ω_{max} na kojoj je prvi izvod modula prenosne funkcije po ω jednak nuli.

Prema tome, frekvencija na kojoj moduo prenosne funkcije ima maksimalnu vrednost dobija se iz uslova:

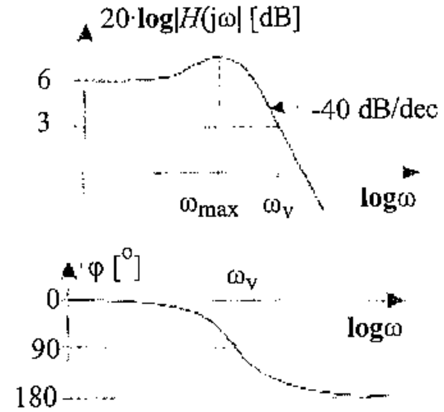
$$(\text{Z.7.13.7})\qquad \left.\frac{\mathbf{d}|H(\mathrm{j}\omega)|}{\mathbf{d}\omega}\right|_{\omega=\omega_{max}}=0,$$

i iznosi:

$$(\text{Z.7.13.8})\qquad \omega_{max}=1/CR\sqrt{2}.$$

Zamenom (Z.7.13.8) u (Z.7.13.6) dobija se maksimalna vrednost modula prenosne funkcije:

$$(\text{Z.7.13.9})\qquad |H(\mathrm{j}\omega_{max})|=4/\sqrt{3}=2.31.$$



Sl. Z.7.13.2 Amplitudska i fazna karakteristika filtra propusnika niskih frekvencija sa Sl. Z.7.13.1

c) Amplitudska i fazna karakteristika prikazane su na Sl. Z.7.13.2.

d) Pri niskim frekvencijama moduo prenosne funkcije iznosi:

$$(\text{Z.7.13.10})\quad H_{nom}=\lim_{\omega\to 0}|H(\mathrm{j}\omega)|=2.$$

Gornja granična frekvencija filtra (frekvencija na kojoj moduo prenosne funkcije opadne na $1/\sqrt{2}$ od nominalne vrednosti) dobija se iz uslova:

$$(\text{Z.7.13.11})\qquad \frac{|H(\mathrm{j}\omega_v)|}{H_{nom}}=\frac{1}{\sqrt{2}},$$

i ona iznosi:

$$(\text{Z.7.13.12})\qquad \omega_v=\frac{1}{CR}\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}=\frac{1.27}{CR}.$$ ☑

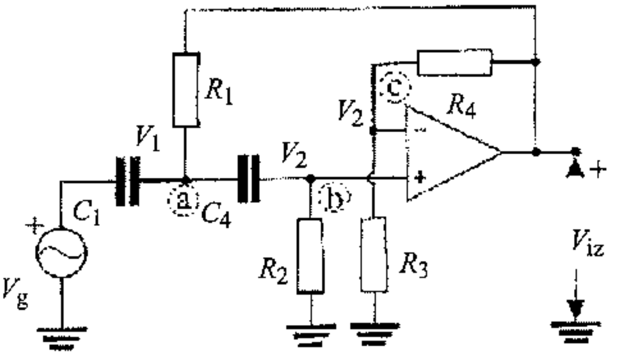
Rešenje zadatka 7.14

a) Metodom potencijala čvorova za čvorove a, b i c u kolu sa Sl. Z.7.14.1 mogu se napisati sledeće jednačine:

(Z.7.14.1) a: $$(V_1-V_g)sC_1+(V_1-V_2)sC_2+ +(V_1-V_{iz})/R_1=0,$$

(Z.7.14.2) b: $$(V_2-V_1)sC_2+V_2/R_2=0,$$

(Z.7.14.3) c: $$V_2/R_3+(V_2-V_{iz})/R_4=0.$$



Sl. Z.7.14.1 Aktivni filtar propusnik visokih frekvencija

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se prenosna funkcija filtra propusnika visokih frekvencija:

(Z.7.14.4) $$H(s)=\frac{s^2\tau_1\tau_2(1+R_4/R_3)}{1+s\left[\tau_1+\tau_3-\tau_2\dfrac{R_4}{R_3}\right]+s^2\tau_1\tau_2}.$$

Gde je $\tau_1=C_1R_1$, $\tau_2=C_2R_2$ i $\tau_3=C_2R_1$.

b) Nominalno pojačanje (moduo prenosne funkcije na visokim frekvencijama) iznosi:

(Z.7.14.5) $$H_0=\lim_{\omega\to\infty}|H(j\omega)|=1+R_4/R_3.$$

Izraženo u dB, nominalno pojačanje dato je izrazom:

(Z.7.14.6) $$H_0[\mathrm{dB}]=20\cdot\mathbf{log}(1+R_4/R_3).$$

Iz uslova da je nominalno pojačanje H_0[dB]= 12 dB dobija se potreban odnos otpornosti R_4/R_3:

(Z.7.14.7) $$R_4/R_3=10^{H_0[\mathrm{dB}]/20}-1=3.$$

c) Donja granična frekvencija dobija se iz uslova:

(Z.7.14.8) $$|H(j\omega_n)|/H_0=1/\sqrt{2},$$

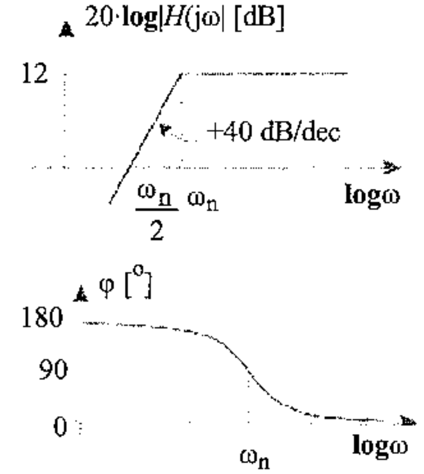
gde je:

(Z.7.14.9) $$|H(j\omega_n)|=\frac{\omega_n^2\tau_1\tau_2(1+R_4/R_3)}{\sqrt{(1-\omega_n^2\tau_1\tau_2)^2+\omega_n^2\tau^2}}$$

sa $\tau=\tau_1+\tau_3-\tau_2R_4/R_3$

i iznosi:

(Z.7.14.10) $$f_n=\omega_n/2\pi=6.67\ \mathrm{kHz}.$$



Sl. Z.7.14.2 Asimptotska aproksimacija amplitudske i fazna karakteristika filtra propusnika visokih frekvencija

Asimptotska aproksimacija amplitudske i fazna karakteristika prikazane su na Sl. Z.7.14.2.

☑

Rešenje zadatka 7.15

a) Za čvorove a, b i c u kolu sa Sl. Z.7.15.1 metodom potencijala čvorova mogu se napisati sledeće jednačine:

(Z.7.15.1) a: $$(V_1-V_g)/R_1+(V_1-V_2)\cdot sC_1+ +(V_1-V_{iz})/R_2=0,$$

(Z.7.15.2) b: $$(V_2-V_1)\cdot sC_1+V_2/R_3+ +V_2\cdot sC_2=0,$$

(Z.7.15.3) c: $$V_2/R_4+(V_2-V_{iz})/R_5=0.$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se prenosna funkcija filtra propusnika opsega, koja se može predstaviti u obliku:

(Z.7.15.4) $$H(s)=\frac{s\tau_1}{1+s\tau_2+s^2\tau_3^2},$$

gde su vremenske konstante date sledećim izrazima:

(Z.7.15.5) $$\tau_1=C_1R_2R_3(1+R_5/R_4)/(R_1+R_2),$$

(Z.7.15.6) $$\tau_2=C_2R_3+\frac{C_1R_1R_2}{R_1+R_2}\left(1+\frac{R_3}{R_1}-\frac{R_3R_5}{R_2R_4}\right)$$

(Z.7.15.7) $$\tau_3^2=C_1C_2R_1R_2R_3/(R_1+R_2).$$

Moduo prenosne funkcije ima oblik:

(Z.7.15.8) $$\left|\frac{V_{iz}}{V_g}\right|=\frac{\omega\tau_1}{\sqrt{(1-\omega^2\tau_3^2)^2+\omega^2\tau_2^2}}.$$

Njegov maksimum je na frekvenciji na kojoj je ispunjen uslov:

(Z.7.15.9) $$\frac{\partial}{\partial\omega}\left\{\left|\frac{V_{iz}}{V_g}\right|\right\}_{|\omega=\omega_0}=0,$$

i ona iznosi:

(Z.7.15.10) $\omega_0 = \dfrac{1}{\tau_3} = \dfrac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 / (R_1 + R_2)}}$.

Vrednost maksimuma modula prenosne funkcije je:

(Z.7.15.11) $H_0 = \left|\dfrac{V_{iz}}{V_g}\right|_{\omega=\omega_0} = \dfrac{\tau_1}{\tau_2}$.

Iz uslova zadatka H_0=3 dobija se traženi odnos otpornosti:

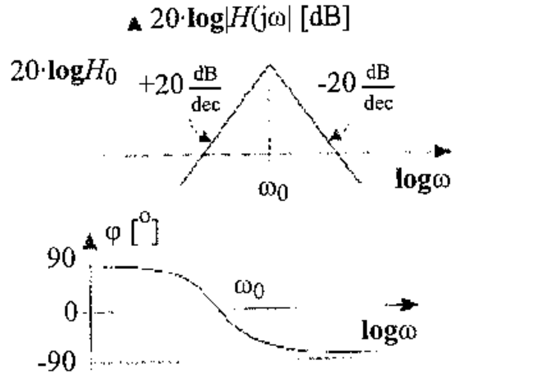
(Z.7.15.12) $$\frac{R_5}{R_4} = \frac{H_0 R_1 - R_2}{H_0 R_1 + R_2} + \frac{H_0 R_1 R_2}{R_3 (H_0 R_1 + R_2)} + \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{(R_1 + R_2) H_0}{H_0 R_1 + R_2} = 1.625$$

Granične frekvencije propusnog opsega filtra dobijaju se iz uslova:

(Z.7.15.13) $$\frac{\omega_g \tau_1}{\sqrt{(1 - \omega_g^2 \tau_3^2)^2 + \omega_g^2 \tau_2^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

odnosno, iz bikvadratne jednačine:

(Z.7.15.14) $9\tau_3^4 \omega_g^4 + (9\tau_2^2 - 18\tau_3^2 - 2\tau_1^2)\omega_g^2 + 9 = 0$.



Sl. Z.7.15.2 Asimptotska aproksimacija amplitudske i fazna karakteristika filtra propusnika opsega sa Sl. Z.7.15.1

Za date vrednosti otpornika i kondenzatora vremenske konstante iznose:

(Z.7.15.15) τ_1 =127 μs, τ_2 =42.35 μs i τ_3 =34.2 μs .

Rešenja jednačine (Z.7.15.14) sa vremenskim konstantama datim u (Z.7.15.15) predstavljaju granične frekvencije propusnog opsega i one iznose:

ω_{g1} =52438.3 rad/s, odnosno f_{g1} =8345.8 Hz

ω_{g2} =16281.3 rad/s, odnosno f_{g2} =2591.2 Hz,

dok je centralna frekvencija propusnog opsega data izrazom (Z.7.15.10) i iznosi:

ω_0 =29219.3 rad/s, odnosno f_0 =4650.4 Hz.

Asimptotska aproksimacija amplitudske i fazna karakteristika prikazane su na Sl. Z.7.15.2.

☑

Rešenje zadatka 7.16 S obzirom da su operacioni pojačavači idealni, potencijali u tačkama a, b i c su jednaki (V_1), pa se metodom potencijala čvorova mogu pisati sledeće jednačine:

(Z.7.16.1) a: $(V_1 - V_g)/R + (V_1 - V_{iz})/R = 0$,

(Z.7.16.2) b: $(V_1 - V_{iz})/R + (V_1 - V_2) \cdot sC = 0$,

(Z.7.16.3) c: $\dfrac{V_1 - V_2}{R} + \dfrac{V_1}{R} + (V_1 - V_g)\dfrac{1 + sCR}{R} = 0$.

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se prenosna funkcija kola sa Sl. Z.7.16.1:

(Z.7.16.4) $H(s) = \dfrac{V_{iz}}{V_g} = \dfrac{1 + (sCR)^2}{1 + 2sCR + (sCR)^2}$.

Moduo prenosne funkcije je:

(Z.7.16.5) $|H(j\omega)| = \dfrac{\left|1 - (\omega RC)^2\right|}{\sqrt{[1 - (\omega RC)^2]^2 + 4(\omega RC)^2}}$.

Očigledno je da moduo prenosne funkcije ima minimum:

(Z.7.16.6) $|H(j\omega_0)| = 0$,

na frekvenciji:

(Z.7.16.7) $\omega_0 = 1/(CR)$.

☑

Rešenje zadatka 7.17

a) Poznato je da svaki linearni četvoropol može da se opiše "y"-parametrima na sledeći način:

(Z.7.17.1) $$\begin{aligned} J_1 &= y_{11} V_1 + y_{12} V_2 \\ J_2 &= y_{21} V_1 + y_{22} V_2 \end{aligned}.$$

Ako su operacioni pojačavači idealni sa beskonačnim pojačanjem tada su svi ulazi oba operaciona pojačavača na potencijalu V_1. Prema tome, za kola sa Sl. Z.7.17.1 može se pisati:

(Z.7.17.2) $R_1 J_1 = R_4 J = R_4 V_2 / R_2$,

(Z.7.17.3) $J_2 = -V_1 / R_3$,

odnosno:

(Z.7.17.4) $$\begin{aligned} J_1 &= 0 \cdot V_1 + [R_4 / (R_1 R_2)] \cdot V_2 \\ J_2 &= (-1/R_3) \cdot V_1 + 0 \cdot V_2 \end{aligned}$$

Upoređivanjem odgovarajućih članova (Z.7.17.1) i (Z.7.17.4) dobijaju se "y"-parametri kola sa Sl. Z.7.17.1:

(Z.7.17.5) $y_{11} = y_{22} = 0$, $y_{12} = \dfrac{R_4}{R_1 R_2}$, $y_{21} = -\dfrac{1}{R_3}$.

b) Ekvivalentna ulazna impendansa Z_e kola, opterećenog na izlaznim priključcima kondenzatorom C_2, može se odrediti iz izraza:

(Z.7.17.6) $Z_e = V_1 / J_1$.

Kako je:

(Z.7.17.7) $V_2 = -J_2 / (j\omega C_2)$,

sledi:

(Z.7.17.8) $$J_1 = \frac{R_4}{R_1 R_2}\left(-\frac{J_2}{j\omega C_2}\right).$$

Zamenom J_2 iz (Z.7.17.3) dobija se:

(Z.7.17.9) $$J_1 = -\frac{R_4}{R_1 R_2 R_3}\frac{1}{j\omega C_2}V_1,$$

tako da je ekvivalentna ulazna impendansa Z_e induktivnog karaktera:

(Z.7.17.10) $$Z_e = j\omega L_e = j\omega\frac{C_2 R_1 R_2 R_3}{R_4},$$

gde je ekvivalentna ulazna induktivnost:

(Z.7.17.11) $$L_e = C_2 R_1 R_2 R_3 / R_4 .$$

c) Ukupna ulazna impendansa kola sa Sl. Z.7.17. 2 data je izrazom:

(Z.7.17.12) $$Z = \frac{j\omega L_e \cdot 1/(j\omega C_1)}{j\omega L_e + 1/(j\omega C_1)} = \frac{j\omega L_e}{1-\omega^2 C_1 L_e}.$$

Rezonantna frekvencija se dobija iz:

(Z.7.17.13) $$1-\omega_0^2 C_1 L_e = 0,$$

i iznosi:

(Z.7.17.14) $$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 L_e}} = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 / R_4}}.$$

☑

Rešenje zadatka 7.18 Za invertujuće ulaze operacionih pojačavača u kolu sa Sl. Z.7.18.1 mogu se napisati sledeće jednačine:

(Z.7.18.1) $$(V_g - V_1)/R_4 + V_g/R_5 = 0,$$

(Z.7.18.2) $$-V_1/R_3 - V_2/Z = 0.$$

Rešavanjem ovih jednačina dobijaju se izrazi za napone V_1 i V_2:

(Z.7.18.3) $$V_1 = (1+R_4/R_5)\cdot V_g,$$

(Z.7.18.4) $$V_2 = -\frac{Z\cdot(1+R_4/R_5)}{R_3}\cdot V_g.$$

Ulazna impedansa kola je:

(Z.7.18.5) $$Z_e = V_g / J_g,$$

gde je J_g struja pobudnog generatora:

(Z.7.18.6) $$J_g = J_1 + J_2,$$

a struje J_1 i J_2 su date izrazima:

(Z.7.18.7) $$J_1 = (V_g - V_1)/R_1,$$

(Z.7.18.8) $$J_2 = (V_g - V_2)/R_2.$$

Zamenom izraza za struje J_1 i J_2 i napone V_1 i V_2 u izraz (Z.7.18.6) dobija se:

(Z.7.18.9) $$J_g = \left[\frac{1}{R_2} - \frac{R_4}{R_1 R_5} + \frac{Z\cdot(1+R_4/R_5)}{R_2 R_3}\right]\cdot V_g.$$

Da bi posmatrano kolo obavljalo funkciju žiratora mora biti ispunjen sledeći uslov:

(Z.7.18.10) $$\frac{1}{R_2} = \frac{R_4}{R_1\cdot R_5},$$

i tada je ulazna impedansa kola:

(Z.7.18.11) $$Z_e = \frac{R_2 R_3}{Z\cdot(1+R_4/R_5)},$$

odnosno, primenom relacije (Z.7.18.10) sledi:

(Z.7.18.12) $$Z_e = \frac{R_2^2 R_3}{Z\cdot(R_1+R_2)}.$$

Ukoliko se usvoji da je $R_1 = R_2$, odnosno $R_4 = R_5$ ulazna impedansa je:

(Z.7.18.13) $$Z_e = \frac{R_1 R_3}{2\cdot Z}.$$

Ako je impedansa Z kapacitivnog karaktera, tj:

(Z.7.18.14) $$Z = 1/(j\omega C),$$

ulazna impedansa žiratora je induktivnog karaktera:

(Z.7.18.15) $$Z_e = j\omega L_e = j\omega C R_1 R_3 / 2,$$

gde je ekvivalentna ulazna induktivnost data izrazom:

(Z.7.18.16) $$L_e = C R_1 R_3 / 2.$$

☑

Rešenje zadatka 7.19

a) Invertujući ulaz idealnog operacionog pojačavača na potencijalu je virtuelne mase pa se za struju $i(t)$ može pisati:

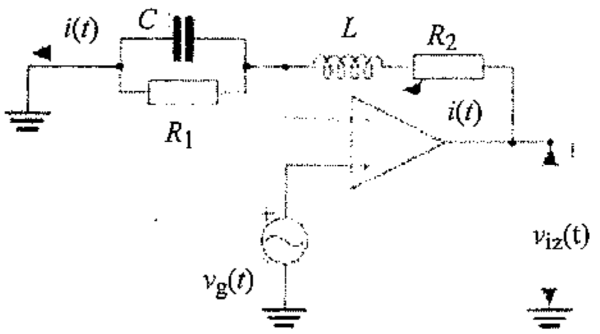
(Z.7.19.1) $$i(t) = \frac{v_g(t)}{R_1} + C\frac{dv_g(t)}{dt}.$$

Izlazni napon je:

(Z.7.19.2) $$v_{iz}(t) = -R_2\cdot i(t) - L\frac{di(t)}{dt}.$$

Kako se diferenciranjem izraza (Z.7.19.1) dobija:

(Z.7.19.3) $$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{R_1}\frac{dv_g(t)}{dt} + C\frac{d^2 v_g(t)}{dt^2},$$



Sl. Z.7.19.2

izlazni napon postaje:

(Z.7.19.4)
$$v_{iz}(t) = -(R_2/R_1)\cdot v_g(t) - -\left(R_2C + L/R_1\right)\frac{\mathbf{d}v_g(t)}{\mathbf{d}t} - LC\frac{\mathbf{d}^2 v_g(t)}{\mathbf{d}t^2}.$$

Odavde su konstante a_1, a_2 i a_3 date izrazima:

(Z.7.19.5)
$$a_1 = -R_2/R_1,\quad a_2 = -\left(R_2C + L/R_1\right) \quad \text{i} \quad a_3 = -LC.$$

b) Kolo koje realizuje istu funkcionalnu zavisnost izlaznog od ulaznih napona, ali sa suprotnim znakovima konstanti a_1, a_2 i a_3, prikazano je na Sl. Z.7. 19.2. Za ovo kolo, struja $i(t)$ i izlazni napon $v_{iz}(t)$ dati su izrazima:

(Z.7.19.6)
$$i(t) = \frac{v_g(t)}{R_1} + C\frac{\mathbf{d}v_g(t)}{\mathbf{d}t},$$

(Z.7.19.7)
$$v_{iz}(t) = R_2\cdot i(t) + L\frac{\mathbf{d}i(t)}{\mathbf{d}t} + v_g(t).$$

Na isti način kao i za prethodno kolo, za kolo sa Sl. Z.7.19.2 dobija se

(Z.7.19.8)
$$v_{iz}(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot v_g(t) + +\left(R_2C + \frac{L}{R_1}\right)\frac{\mathbf{d}v_g(t)}{\mathbf{d}t} + LC\frac{\mathbf{d}^2 v_g(t)}{\mathbf{d}t^2},$$

pa su konstante a_1, a_2 i a_3 date izrazima:

(Z.7.19.9)
$$a_1 = 1 + R_2/R_1,\quad a_2 = R_2C + L/R_1 \quad \text{i} \quad a_3 = LC.$$

☑

Rešenje zadatka 7.20 Naponi V_x i V_y u kolima na Sl. Z.7.20.1 i na Sl. Z.7.20.2 mogu se, za pozitivne vrednosti ulaznih napona V_1 i V_2, predstaviti sledećim izrazima:

(Z.7.20.1) $\quad V_x = -V_T\mathbf{ln}\left[V_1/(R_1I_{s1})\right]$

(Z.7.20.2) $\quad V_y = -V_T\mathbf{ln}\left[V_2/(R_1I_{s2})\right]$

Za kolo na Sl. Z.7.20.1 napon V_3 predstavlja izlaz invertujućeg kola za sabiranje:

(Z.7.20.3) $\quad V_3 = -(V_x + V_y)$,

što posle zamene izraza (Z.7.20.2) u (Z.7.20.3) daje:

(Z.7.20.4) $\quad V_3 = V_T\mathbf{ln}[V_1V_2/(R_1^2I_{s1}I_{s2})]$

Kako je izlazni napon kola na Sl. Z.7.10.1 dat izrazom:

(Z.7.20.5) $\quad V_{iz} = -R_3I_{C3} \approx -R_3I_{s3}\,e^{(V_3/V_T)}$

posle zamene (Z.7.20.4) u (Z.7.20.5) dobija se:

(Z.7.20.6) $\quad V_{iz} = -R_3I_{s3}V_1V_2/(R_1^2I_{s1}I_{s2})$.

Ako se uvede:

(Z.7.20.7)
$$k = \frac{R_3I_{s3}}{R_1^2I_{s1}I_{s2}},$$

izlazni napon može da se prikaže kao:

(Z.7.20.8) $\quad V_{iz} = -kV_1V_2$.

Izlazni napon je proporcionalan proizvodu ulaznih napona.

Na sličan način za kolo na Sl. Z.7.20.2 napon V_3 predstavlja izlaz diferencijalnog balansnog pojačavača sa jediničnim pojačanjem:

(Z.7.20.9)
$$V_3 = V_y - V_x = = V_T\mathbf{ln}[V_2/(R_1I_{s2})] - V_T\mathbf{ln}[V_1/(R_1I_{s1})],$$

odnosno,

(Z.7.20.10) $\quad V_3 = V_T\mathbf{ln}\left[V_2I_{s1}/(V_1I_{s2})\right]$.

U ovom slučaju izlani napon se dobija zamenom izraza (Z.7.20.10) u izraz (Z.7.20.5):

(Z.7.20.11)
$$V_{iz} = -R_3I_{s3}\frac{V_2}{V_1}\cdot\frac{I_{s1}}{I_{s2}}.$$

Ako su tranzistori T_1 i T_2 upareni, tj. ako je I_{s1}= I_{s2}, izlazni napon kola sa Sl. Z.7.20.2 može se predstaviti u obliku:

(Z.7.20.12) $\quad V_{iz} = -k\cdot V_2/V_1$.

Izlazni napon je u ovom slučaju proporcionalan količniku ulaznih napona sa konstantom proporcionalnosti $k=R_3I_{s3}$.

☑

Rešenje zadatka 7.21

a) Operacioni pojačavači A_1 i A_3 u konfiguraciji sa jednakim otpornicima R predstavljaju jedinične invertorske pojačavače (shodno (Z.7.1.6)), tako da važi:

(Z.7.21.1) $\quad v_1 = -v_x$ i $v_{iz} = -v_2$.

Pošto su operacioni pojačavači idealni sa beskonačnim pojačanjem, invertorski ulazi svih operacionih pojačavača su na potencijalu virtuelne mase. Zbog toga se, za sva četiri trazistora, mogu pisati sledeće jednakosti:

(Z.7.21.2) $\quad v_{GS1} = v_x,\ v_{DS1} = v_x,$

(Z.7.21.3)
$$v_{GS2} = v_y - v_1 = v_y + v_x,\quad v_{DS2} = -v_1 = v_x,$$

(Z.7.21.4) $\quad v_{GS3} = v_z - v_{iz},\quad v_{DS3} = -v_{iz},$

(Z.7.21.5) $\quad v_{GS4} = v_2 = -v_{iz},\quad v_{DS4} = v_2 = -v_{iz}.$

Struje drejna tranzistora T_1 do T_4 u omskoj oblasti date su sledećim izrazima:

(Z.7.21.6) $\quad i_{D1} = A\cdot[(v_x - V_T)\cdot v_x - v_x^2/2],$

(Z.7.21.7) $\quad i_{D2} = A\cdot[(v_x + v_y - V_T)\cdot v_x - v_x^2/2]$

(Z.7.21.8) $\quad i_{D3} = A\cdot[(v_z - v_{iz} - V_T)\cdot(-v_{iz}) - v_{iz}^2/2]$

(Z.7.21.9) $\quad i_{D4} = A\cdot[(-v_{iz} - V_T)\cdot(-v_{iz}) - v_{iz}^2/2].$

Za čvor a (invertorski ulaz operacionog pojačavača A_2) može se napisati sledeća jednačina:

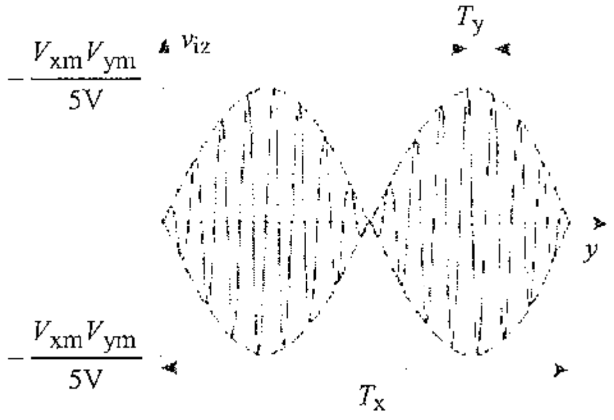
(Z.7.21.10) $\quad -i_{D1} + i_{D2} + i_{D3} - i_{D4} = 0$

Zamenom izraza od (Z.7.21.6) do (Z.7.21.9) u (Z.7.21.10) dobija se:

(Z.7.21.11) $\quad -v_x v_y + v_z v_i = 0$,

odnosno, izlazni napon je:

(Z.7.21.12) $\quad v_{iz} = v_x v_y / v_z$.



Sl. Z.7.21.2 Skica izlaznog napona kola sa Sl. Z.7.21.1

Ovaj izraz pokazuje da se dato kolo može da koristi i kao kolo za množenje i kao kolo za deljenje. Ako se stavi $v_z = C^{te}$, onda je izlazni napon proporcionalan proizvodu $v_x v_y$ pa nastaje kolo za množenje. S druge strane, ako se izabere v_x ili v_y da bude konstantno, izlazni napon postaje proporcionalan količniku dvaju signala: $v_{iz} \sim v_y/v_z$ ili $v_{iz} \sim v_x/v_z$, respektivno. Čitaocu se ostavlja da ustanovi šta će biti kada se u kolu za deljenje desi $v_z = 0$.

b) Ako se na ulaze v_x i v_y dovedu sinusoidni signali sa značajno velikom razlikom u frekvenciji, a na ulaz v_z konstantan napon, izlazni signal će biti oblika:

(Z.7.21.13) $$v_{iz} = 0.2 \cdot v_{xm} \mathbf{sin}(\omega_x t) \times \times v_{ym} \mathbf{sin}(\omega_y t) \quad [\mathrm{V}],$$

odnosno,

(Z.7.21.14) $$v_{iz} = 0.1 \cdot V_{xm} V_{ym} [\mathbf{cos}(\omega_y - \omega_x)t - - \mathbf{cos}(\omega_y + \omega_x)t] \quad [\mathrm{V}].$$

Izraz (Z.7.21.14) predstavlja vremenski promenljiv signal čiji je oblik prikazan na Sl. Z.7.21.2, gde periode T_x i T_y iznose:

(Z.7.21.15) $\quad T_x = 2\pi/\omega_x$ i $T_y = 2\pi/\omega_y$.

☑

Rešenje zadatka 7.22 Na Sl. Z.7.22.1 prikazana je uprošćena šema MOS transkonduktansnog množača sa tranzistorima koji rade u linearnoj, odnosno omskoj oblasti definisanoj uslovom:

(Z.7.22.1) $\quad V_{DS} > V_{GS} - V_T$,

gde su V_{DS} i V_{GS} naponi između drejna i sorsa, odnosno gejta i sorsa, respektivno, a V_T je napon praga. U linearnoj oblasti struja drejna MOS tranzistora definisana je izrazom:

(Z.7.22.2) $\quad I_D = A \cdot [(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS} - V_{DS}^2 / 2]$,

gde konstanta A zavisi od tehnoloških parametara:

(Z.7.22.3) $\quad A = \mu_p C'_{ox} \cdot W/L$.

Izolacioni pojačavači DP1 i DP2 obezbeđuju da potencijali u tačkama a, V_a, i b, V_b, budu jednaki V_3, dok izolacioni pojačavač DP3 obezbeđuje u tački c potencijal $V_c = V_4$. Naponi između drejna i sorsa tranzistora su međusobno jednaki i iznose:

(Z.7.22.4) $\quad V_{DS1} = V_a - V_c = V_3 - V_4$

i

(Z.7.22.5) $\quad V_{DS2} = V_b - V_c = V_3 - V_4$.

Očigledno je da tranzistori M_1 i M_2 mogu voditi struju u bilo kom smeru zavisno od polariteta napona V_3 i V_4. Naponi između gejta i sorsa ovih tranzistora su dati izrazima:

(Z.7.22.6) $\quad V_{GS1} = V_1 - V_4$ i $V_{GS2} = V_2 - V_4$.

Ukoliko oba tranzistora rade u linearnoj oblasti, struje I_{D3} i I_{D4} date su sledećim relacijama:

(Z.7.22.7) $$I_{D3} = I_{B1} + I_{D1} = I_{B1} + + A_1[(V_{GS1} - V_{T1})V_{DS1} - V_{DS1}^2 / 2].$$

(Z.7.22.8) $$I_{D4} = I_{B2} + I_{D2} = I_{B2} + + A_2[(V_{GS2} - V_{T2})V_{DS2} - V_{DS1}^2 / 2]$$

gde su I_{B1} i I_{B2} struje odgovarajućih strujnih izvora. Uzimajući u obzir izraze (Z.7.22.4), (Z.7.22.5) i (Z.7.22.6) i pretpostavku da su tranzistori identični, tj:

(Z.7.22.9) $\quad A_1 = A_2 = A$ i $V_{T1} = V_{T2} = V_T$,

razlika struja I_{D3} i I_{D4} data je relacijom:

(Z.7.22.10) $$\Delta I = I_{D3} - I_{D4} = I_{D1} - I_{D2} = = A(V_1 - V_2)(V_3 - V_4).$$

Izraz (Z.7.22.10) pokazuje da je razlika struja I_{D3} i I_{D4} proporcionalna proizvodu razlika ulaznih napona, gde razlike napona $(V_1 - V_2)$ i $(V_3 - V_4)$ mogu imati i pozitivni i negativni predznak, tj. ovaj množač napona radi u sva četiri kvadranta, pa se s toga naziva četvorokvadrantnim množačem. Naravno, sve to važi samo pod uslovom da su tranzistori M_1 i M_2 upareni, odnosno identičnih karakteristika, i da rade u linearnoj (omskoj) oblasti koja je definisana relacijom (Z.7.22.1).

Tranzistori M_{11}, M_{12} i M_{13} na Sl. Z.7.22.2 predstavljaju dinamička opterećenja pojačavača DP1 i DP2 sačinjenih od ulaznog tranzistora M_6 i tranzistora M_7, odnosno M_8. Tranzistori M_{14} i M_{15} predstavljaju dinamičko opterećenje pojačavača DP3 sačinjenog od ulaznog tranzistora M_9 i tranzistora M_{10}. Izlazni tranzistori M_3, M_4 i M_5 imaju istu funkciju kao i odgovarajući tranzistori na Sl. Z.7.22.1. Tranzistori M_{B1}, M_{B2} i M_{B3} predstavljaju izvore konstantne struje, jer rade u oblasti zasićenja sa konstantnim naponom između gejta i sorsa ($V_8 - V_{SS}$). Izlazni napon između drejna tranzistora M_4 i drejna tranzistora M_3 srazmeran je razlici struja I_{D3} i I_{D4}, (Z.7.22.10), i iznosi:

(Z.7.22.11) $$V_{iz} = R \cdot \Delta I = R \cdot A \cdot (V_1 - V_2)(V_3 - V_4).$$

☑

Rešenje zadatka 7.23 Na osnovu izraza (Z.7.23.1) može se izračunati da struja drejna JFET-a, pri naponima V_{DS}= 50mV i V_{GS}= -1V, iznosi:

(Z.7.23.3) $$I_D = 4.66\ \mu A.$$

Konstanta k u aproksimativnom izrazu (Z.7.23.2) za date vrednosti V_{DS} i V_{GS} iznosi:

(Z.7.23.4) $$k = \frac{I_D}{(1 - V_{GS}/V_P)V_{DS}} = 144.4\ \mu A/V.$$

Poređenja radi, mogu se izračunati vrednosti struje drejna korišćenjem izraza (Z.7.23.1), koja je označena sa $I_D^{(1)}$ i aproksimativnog izraza (Z.7.23.2) (sa konstantom k određenom izrazom (Z.7.23.4)), koja je označena sa $I_D^{(2)}$ za napone V_{GS}= 0V, -1V i -2V, a pri naponima V_{DS}=100mV, 70mV i 30mV. Izračunate vrednosti su date u tabeli Z.7.23.1, gde je sa ΔI_D označena razlika ovih struja ($I_D^{(2)}$-$I_D^{(1)}$).

b) Poznato je da se funkcija $f(x)$ u okolini tačke x za male vrednosti priraštaja Δx može aproksimirati izrazom:

(Z.7.23.5) $$f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x}\Delta x.$$

Polazeći od ovog principa, moguće je napisati izraz za struju drejna (Z.7.23.1) za male vrednosti napona V_{DS} (dakle, ulogu Δx igra V_{DS}) u obliku:

(Z.7.23.6) $$I_D = G_0 \cdot \left\{ V_{DS} - \frac{2}{3}\frac{(V_0 - V_{GS})^{1.5} + \frac{3}{2}(V_0 - V_{GS})^{0.5}V_{DS}}{\sqrt{V_0 - V_P}} + \frac{2}{3}\frac{(V_2 - V_{GS})^{1.5}}{\sqrt{V_0 - V_P}} \right\},$$

odnosno,

(Z.7.23.7) $$I_D = G_0\left(1 - \sqrt{\frac{V_0 - V_{GS}}{V_0 - V_P}}\right) \cdot V_{DS}.$$

Unutrašnja provodnost JFET-a (recipročna vrednost unutrašnje otpornosti) se dobija korišćenjem izraza (Z.7.23.7) i ona iznosi:

(Z.7.23.8) $$G_i^{(1)} = \frac{1}{R_i} = \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} = G_0\left(1 - \sqrt{\frac{V_0 - V_{GS}}{V_0 - V_P}}\right).$$

Polazeći od aproksimativnog izraza za struju drejna (Z.7.23.2) unutrašnja provodnost je:

(Z.7.23.9) $$G_i^{(2)} = \partial I_D / \partial V_{GS} = k \cdot (1 - V_{GS}/V_P).$$

Korišćenjem izraza (Z.7.23.8) i (Z.7.23.9) dobijaju se odgovarajuće vrednosti $G_i^{(1)}$ i $G_i^{(2)}$ kao i razlika ΔG_i=$G_i^{(2)}$-$G_i^{(1)}$, za različite vrednosti napona V_{GS} i one su date u tabeli Z.7.23.2.

c) Za invertorski i neinvertorski ulaz operacionog pojačavača u kolu sa Sl. Z.7.23.1 može se napisati sledeći sistem jednačina:

(Z.7.23.10) $$(V_x - V_1)/R_1 + V_x G_i + (V_x - V_{iz})/R_2 = 0,$$

(Z.7.23.11) $$(V_x - V_{iz})/R_3 + V_x/R_4 = 0,$$

gde je sa G_i označena unutrašnja provodnost JFET-a data izrazom (Z.7.23.9), sa V_{GS}=V_2.

Iz izraza (Z.7.23.11) dobija se:

(Z.7.23.12) $$V_x - V_{iz} = -V_x R_3/R_4,$$

odnosno,

(Z.7.23.13) $$V_x = V_{iz}R_4/(R_3 + R_4).$$

Smenom izreza (Z.7.23.9) u (Z.7.23.10) dobija se:

(Z.7.23.14) $$V_x/R_1 - V_1/R_1 + V_x k \cdot (1 - V_2/V_P) - V_x R_3/(R_2 R_4) = 0.$$

Posle sređivanja ovog izraza dobija se:

(Z.7.23.15) $$V_x\left(\frac{1}{R_1} + k - \frac{R_4}{R_2 R_3}\right) - \frac{V_1}{R_1} - \frac{k \cdot R_3}{V_P(R_3 + R_4)} \cdot V_2 V_{iz} = 0$$

Da bi izlazni napon bio proporcionalan količniku napona V_1 i V_2 mora biti ispunjen uslov:

(Z.7.23.16) $$1 + k \cdot R_1 = R_1 R_3/(R_2 R_4),$$

a tada je:

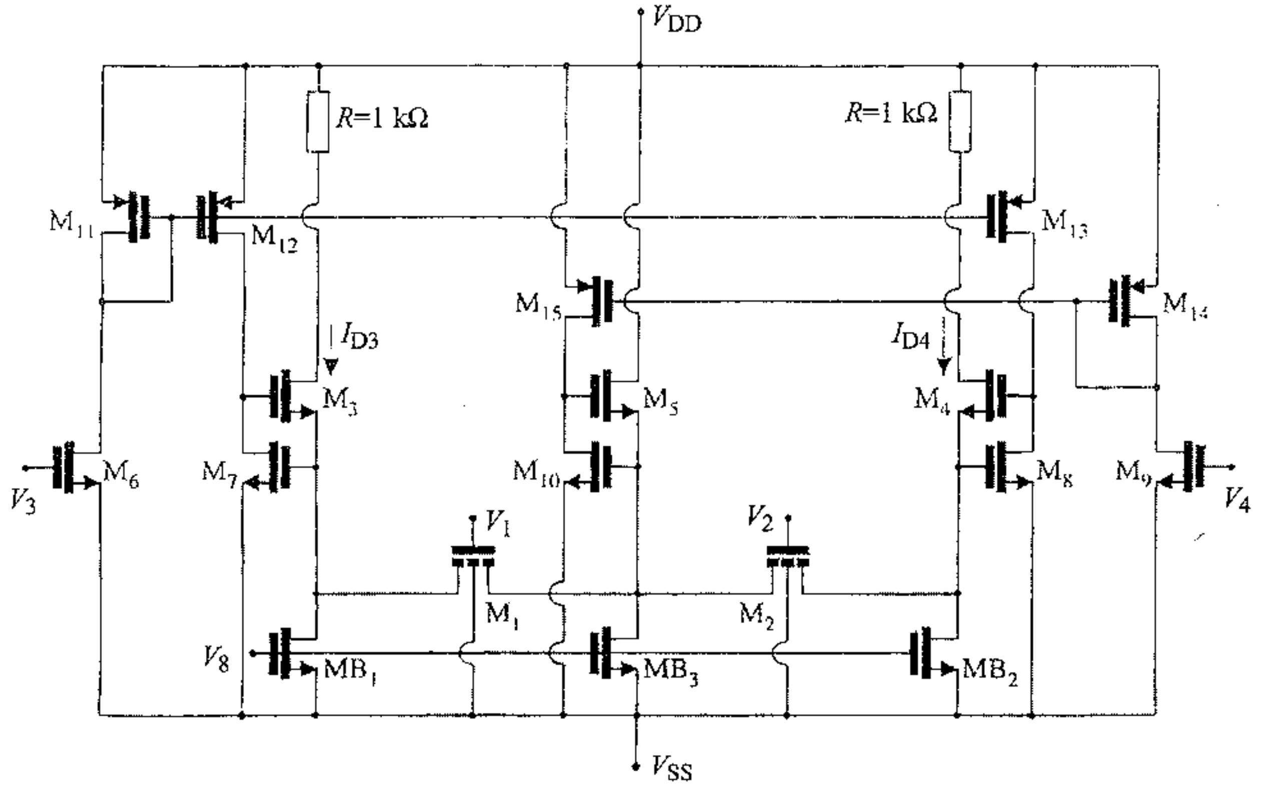
(Z.7.23.17) $$V_{iz} = -\frac{V_P}{k \cdot R_1}(1 + R_4/R_3)\frac{V_1}{V_2}.$$

Očigledno je da je konstanta proporcionalnosti:

(Z.7.23.18) $$k_P = -\frac{V_P}{k \cdot R_1}(1 + R_3/R_4).$$

Smenom izraza (Z.7.23.17) u (Z.7.23.13) dobija se:

(Z.7.23.19) $$V_x = -\frac{V_P}{k \cdot R_1}\frac{V_1}{V_2}.$$



Sl. Z.7.22.2 Šema četvorokvadrantnog množača napona

Tabela Z.7.23.1

V_{DS} (mV)	100			50			10		
V_{GS} (V)	0	-1	-2	0	-1	-2	0	-1	-2
$I_D^{(1)}$ (μA)	16.59	9.16	3.62	8.41	4.66	1.87	1.70	0.94	0.39
$I_D^{(2)}$ (μA)	14.44	9.32	4.20	7.22	4.66	2.1	1.44	0.93	0.42
ΔI_D (μA)	-2.15	0.16	0.52	-1.19	0	0.23	-0.26	-0.01	0.03

Tabela Z.7.23.2

V_{GS} (V)	0	-1	-2
$G_i^{(1)}$ (μA/V)	170.53	94.76	38.72
$G_i^{(2)}$ (μA/V)	144.40	93.19	41.99
ΔG_i (μA/V)	-26.13	-1.57	3.27

Ukoliko se podešavanjem vrednosti otpornika R_2, R_3 i/ili R_4 (za fiksno R_1) ispuni uslov (Z.7.23.16), napon V_x može biti korišćen kao drugi izlazni napon proporcionalan količniku ulaznih napona, ali sa konstantom proporcionalnosti koja se ne menja pri podešavanju potrebnog uslova (Z.7.23.16). Obično se ova druga izlazna tačka opterećuje potrošačem preko jednog neinvertorskog pojačavača čije pojačanje može biti jednako ili veće od jedan, u zavisnosti od željene konstante proporcionalnosti.

☑