

Zadatak 1: Kolika količina elektriciteta će da protekne kroz poprečni presek provodnika u toku jednog minuta, ako kroz provodnik protiče električna struja jačine 10 mA?

Rešenje

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$I = 10 \text{ mA} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$q = ?$$

Iz izraza za jačinu električne struje sledi da je tražena količina elektriciteta:

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = I \cdot t = 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 60 \text{ s} = 0,6 \text{ C}$$

Zadatak 2: Kroz vlakno sijalice prečnika $19 \mu\text{m}$ protiče struja jačine 125 mA. Kolika je gustina struje u vlaknu?

Rešenje

$$d = 19 \mu\text{m} = 19 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$I = 125 \text{ mA} = 125 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$S = \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$j = ?$$

Iz izraza za gustinu struje sledi:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{4I}{d^2 \pi} = \frac{4 \cdot 125 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{(19 \cdot 10^{-6} \text{ m})^2 \pi} = 4,41 \cdot 10^8 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} = 441 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

Zadatak 3: Iz kosmosa prema Zemlji kreću se protoni čija je prosečna brzina oko $v = 470 \text{ km/s}$. Njihova koncentracija je $n = 8,7 \text{ cm}^{-3}$. Kada ih Zemljino magnetno polje, iznad atmosfere, ne bi skretalo i rasejavalo, kolika bi bila gustina električne struje tih protona koja bi uvirala u atmosferu? Kolika bi bila ukupna jačina te struje? Poluprečnik Zemlje je $R = 6370 \text{ km}$.

Rešenje

$$v = 470 \text{ km/s} = 470 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$n = 8,7 \text{ cm}^{-3} = 8,7 \cdot 10^6 \text{ m}^{-3}$$

$$R = 6370 \text{ km} = 6370 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$j, I = ?$

Gustina električne struje i ukupna jačina struje su:

$$j = nev = 8,7 \cdot 10^6 \text{ m}^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 470 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6,5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$
$$I = nev \cdot 4R^2\pi = 4\pi jR^2 = 4\pi \cdot 6,5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \cdot (6370 \cdot 10^3 \text{ m})^2 = 33,3 \text{ GA}$$

Zadatak 4: Ako nervno vlakno zamislamo kao cilindar poluprečnika $r = 5 \mu\text{m}$ i dužine $l = 1 \text{ cm}$ koliki je otpor tog vlakna? Specifični otpor supstance vlakna (aksoplazme) je $\rho = 2 \Omega\text{m}$.

Rešenje

$$r = 5 \mu\text{m} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$l = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\rho = 2 \Omega\text{m}$$

$$S = r^2\pi$$

$$R = ?$$

Za žičane provodnike kod kojih je površina poprečnog preseka S , a dužina l , električni otpor je:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{r^2\pi} = 2 \Omega\text{m} \cdot \frac{10^{-2} \text{ m}}{(5 \cdot 10^{-6})^2 \pi} = 255 \text{ M}\Omega$$

Zadatak 5: Od nikelinske trake širine $a = 1 \text{ cm}$ i debljine $d = 0,4 \text{ mm}$ treba napraviti otpornik čiji je otpor $R = 1 \Omega$. Kolika je potrebna dužina trake? Specifični otpor nikelina je $\rho = 4 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$.

Rešenje

$$a = 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$d = 0,4 \text{ mm} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$R = 1 \Omega$$

$$\rho = 4 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$$

$$S = ad$$

$$l = ?$$

Iz izraza za električni otpor provodnika sledi da je potrebna dužina:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{ad} \Rightarrow l = \frac{adR}{\rho} = \frac{10^{-2} \text{ m} \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 1 \Omega}{4 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}} = 10 \text{ m}$$

Zadatak 6: Specifični otpor provodnika na temperaturi $t_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ iznosi $\rho_1 = 1,4 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$. Koliki je specifični otpor tog provodnika na $t_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ ako je toplotni koeficijent otpora $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$?

Rešenje

$$\begin{aligned} t_1 &= 15 \text{ }^\circ\text{C} \\ \rho_1 &= 1,4 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m} \\ t_2 &= 30 \text{ }^\circ\text{C} \\ \alpha &= 4 \cdot 10^{-3} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1} \\ \rho_2 &= ? \end{aligned}$$

Specifični otpor provodnika na temperaturi t_2 je:

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \rho_1(1 + \alpha \Delta t) = \rho_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)] \\ \rho_2 &= 1,4 \cdot 10^{-8} [1 + 4 \cdot 10^{-3}(30 - 15)] = 1,48 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m} \end{aligned}$$

Zadatak 7: Metalna spirala otpornosti $R = 40 \Omega$ napravljena je od žice prečnika $2r = 0,6 \text{ mm}$. Spirala je priključen na izvor napona U tako da gustina struje iznosi $j = 320 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$. Odrediti vrednost napona U i snage spirale P .

Rešenje

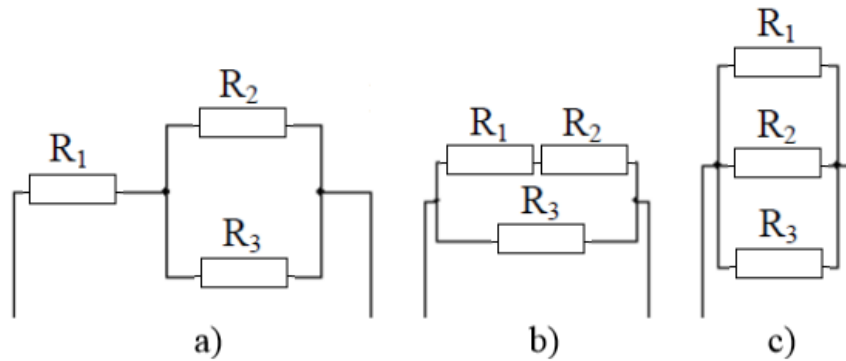
$$\begin{aligned} R &= 40 \Omega \\ 2r &= 0,6 \text{ mm} \Rightarrow r = 0,3 \cdot 10^{-1} \text{ cm} \\ j &= 320 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \\ U, P &= ? \end{aligned}$$

$$j = \frac{I}{S} \Rightarrow I = jS = j \cdot r^2 \pi = 320 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \cdot (0,3 \cdot 10^{-1} \text{ cm})^2 \pi$$

$$U = RI = RjS = 40 \cdot 320 \cdot 0,2827433 \cdot 10^{-2} = 36,19 \text{ V}$$

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{36,19^2}{40} = 32,74 \text{ W}$$

Zadatak 8: Otpori $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$ i $R_3 = 3 \Omega$ vezani su kako je to prikazano na slici 8.1. Naći ekvivalentne otpore u ovim slučajevima.



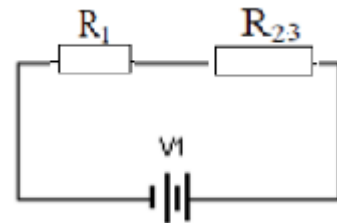
Slika 8.1

Rešenje

$$\begin{aligned} R_1 &= 2 \Omega \\ R_2 &= 6 \Omega \\ R_3 &= 3 \Omega \\ R_e &= ? \end{aligned}$$

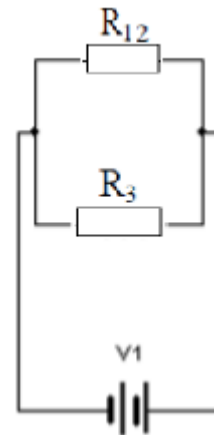
a) Kada paralelno vezane otpore R_2 i R_3 zamenimo njihovim ekvivalentnim otporom R_{23} dobićemo vezu prikazanu na crtežu. Prema tome je:

$$R_e = R_1 + R_{23} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 2 + \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 4 \Omega$$



b)

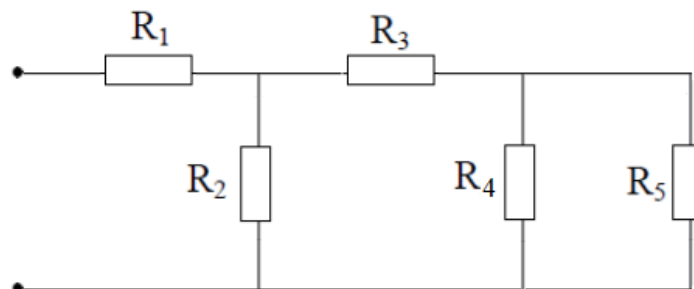
$$R_e = \frac{R_{12} R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(2 + 6) \cdot 3}{2 + 6 + 3} = 2,18 \Omega$$



c)

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 R_2 R_3} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_e = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 3}{2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 6 \cdot 3} = 1 \Omega$$

Zadatak 9: Odrediti ekvivalentnu otpornost veze otpornika prikazanih na slici 9.1, ako su $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$ i $R_3 = R_4 = 6 \Omega$ i $R_5 = 12 \Omega$.



Slika 9.1

Rešenje

$$R_1 = 5 \Omega$$
$$R_2 = 10 \Omega$$
$$R_3 = R_4 = 6 \Omega$$
$$R_5 = 12 \Omega$$
$$R_e = ?$$

$$R_{e1} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4 \Omega$$

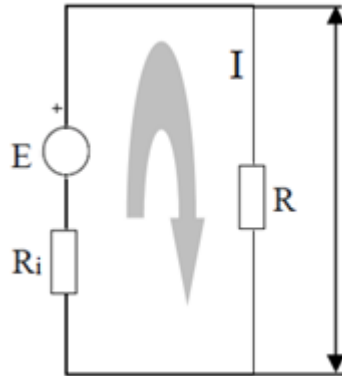
$$R_{e2} = R_{e1} + R_3 = 4 + 6 = 10 \Omega$$

$$R_{e3} = R_1 + R_2 = 5 + 10 = 15 \Omega$$

$$R_e = \frac{R_{e2} \cdot R_{e3}}{R_{e2} + R_{e3}} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = \frac{150}{25} = 6 \Omega$$

Zadatak 10: Generator stalne elektromotorne sile $E = 20 \text{ V}$, unutrašnje otpornosti $R_i = 0,5 \Omega$ i prijemnik otpornosti $R = 50 \Omega$ vezani su kao na slici 10.1. Odrediti:

- intenzitet struje u kolu
- napon na krajevima prijemnika
- električnu snagu prijemnika.



Slika 10.1

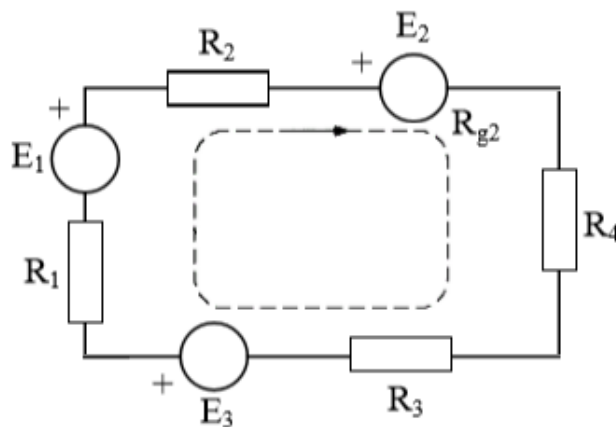
Rešenje

a)
$$I = \frac{E}{R_i + R} = \frac{20}{50 + 0,5} = \frac{20}{50,5} = 0,396 \text{ A}$$

b)
$$U = RI = 50 \cdot 0,396 = 19,8 \text{ V}$$

c)
$$P = I^2 R = 0,396^2 \cdot 50 = 7,84 \text{ W}$$

Zadatak 11: U prostom kolu prikazanom na slici 11.1 poznati su: $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$, $E_3 = 8 \text{ V}$, $R_1 = R_3 = 4 \Omega$, $R_2 = R_4 = 1 \Omega$ i $R_{g2} = 2 \Omega$. Izračunati struju u kolu.



Slika 11.1

Rešenje

Za referentni smer:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R} = \frac{E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_{g2}} = \frac{10 - 12 + 8}{4 + 1 + 4 + 1 + 2} = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ A}$$

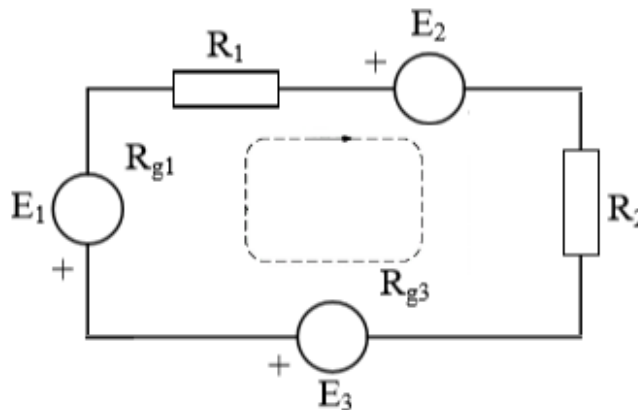
pošto je rezultat za struju (+) znači da je pravi smer struje saglasan sa izabranim referentnim smerom.

Za smer suprotan referentnom:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R} = \frac{-E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_{g2}} = \frac{-10 + 12 - 8}{4 + 1 + 4 + 1 + 2} = \frac{-6}{12} = -0,5 \text{ A}$$

(-) znači da je pravi smer struje suprotan od izabranog referentnog smera.

Zadatak 12: U prostom kolu prikazanom na slici 12.1 poznati su elementi: $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 2 \ \Omega$, $R_{g1} = R_{g3} = 0,5 \ \Omega$. Izračunati sve struje u kolu i snage.



Slika 12.1

Rešenje

Za referentni smer:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R} = \frac{-E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_{g1} + R_{g3}} = \frac{-10 - 5 + 20}{2 + 2 + 0,5 + 0,5} = \frac{5}{5} = 1 \text{ A}$$

Izabrani smer struje se poklapa sa smerom ems E_3 , pa se ova sila ponaša kao generator. Snaga E_3 je:

$$P_{e3} = E_3 I = 20 \cdot 1 = 20 \text{ W}$$

Izabrani smer struje je suprotan od smera ems E_1 i E_2 , pa se ove ems ponašaju kao potrošači. Snage na njima su:

$$P_{e1} = E_1 I = 10 \cdot 1 = 10 \text{ W}$$

$$P_{e2} = E_2 I = 5 \cdot 1 = 5 \text{ W}$$

Potrošači su i svi otpornici, a snage na njima su:

$$P_1 = R_1 I^2 = 2 \cdot 1^2 = 2 \text{ W}$$

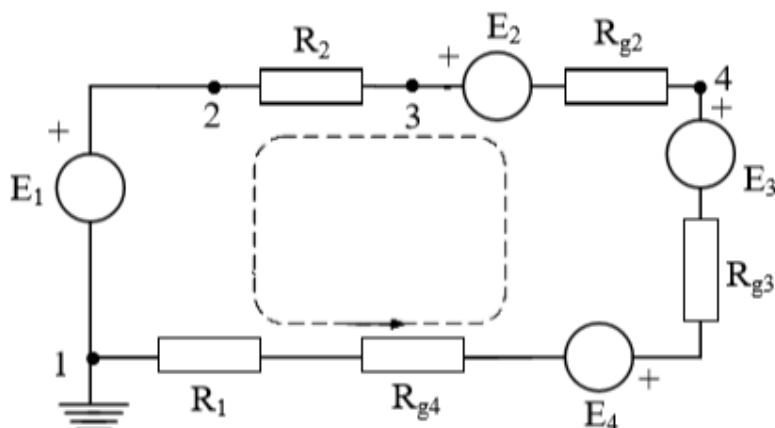
$$P_2 = R_2 I^2 = 2 \cdot 1^2 = 2 \text{ W}$$

$$P_{g1} = R_{g1} I^2 = 0,5 \cdot 1^2 = 0,5 \text{ W}$$

$$P_{g3} = R_{g3} I^2 = 0,5 \cdot 1^2 = 0,5 \text{ W}$$

Zbir snaga svih potrošača jednak je zbiru snaga svih generatora.

Zadatak 13: Za kolo na slici 13.1 dati su sledeći podaci: $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 40 \text{ V}$, $E_3 = 60 \text{ V}$, $E_4 = 25 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 20 \ \Omega$, $R_{g2} = R_{g3} = R_{g4} = 5 \ \Omega$. Odrediti napone na svim otpornicima u kolu, kao i potencijale u tačkama 2, 3 i 4 u odnosu na tačku 1.



Slika 13.1

Rešenje

$$I = \frac{\sum E}{\sum R} = \frac{-E_1 + E_2 + E_3 + E_4}{R_1 + R_2 + R_{g2} + R_{g3} + R_{g4}} = \frac{-20 + 40 + 60 + 25}{20 + 20 + 5 + 5 + 5} = \frac{105}{55} = 1,91 \text{ A}$$

$$U_{R1} = U_{R2} = IR_1 = IR_2 = 1,91 \cdot 20 = 38,2 \text{ V}$$

$$U_{Rg2} = U_{Rg3} = U_{Rg4} = IR_{Rg2} = 1,91 \cdot 5 = 9,55 \text{ V}$$

Kako struja teče od većeg potencijala ka manjem, to sledi da su tačke 2, 3 i 4 na većem potencijalu od tačke 1, koja je na nultom potencijalu. Potencijal tačaka 2, 3 i 4 je ujedno napon između tih tačaka i tačke 1, pa je:

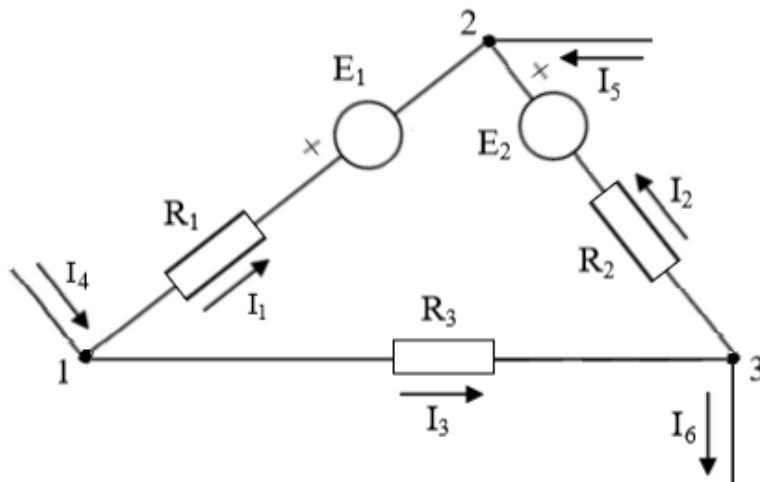
$$V_2 = U_{21} \Rightarrow U_{21} - E_1 = 0 \Rightarrow V_2 = U_{21} = 20 \text{ V}$$

$$V_3 = U_{31} \Rightarrow U_{31} - IR_2 - E_1 = 0 \Rightarrow V_3 = U_{31} = E_1 + IR_2 = 20 + 1,91 \cdot 20 = 58,2 \text{ V}$$

$$V_4 = U_{41} \Rightarrow U_{41} - IR_{g2} + E_2 - IR_2 - E_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_4 = U_{41} = E_1 + IR_2 - E_2 + IR_{g2} = 20 + 1,91 \cdot 20 - 40 + 1,91 \cdot 5 = 27,75 \text{ V}$$

Zadatak 14: Za kolo na slici 14.1 dati su sledeći podaci: $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 7 \text{ V}$, $U_{12} = 14 \text{ V}$, $U_{23} = 4 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 180 \Omega$. Odrediti intenzitete struja u svim prijemnicima.



Slika 14.1

Rešenje

Sa slike 14.1 je:
$$I_1 = \frac{U_{12} - E_1}{R_1} = \frac{14 - 12}{100} = \frac{2}{100} = 20 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{-U_{23} + E_2}{R_2} = \frac{-4 + 7}{200} = \frac{2}{100} = 15 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{U_{13}}{R_3}, \text{ kako je } U_{13} = U_{12} + U_{23} \text{ sledi da je } I_3 = \frac{U_{12} + U_{23}}{R_3} = \frac{18}{180} = 100 \text{ mA}$$

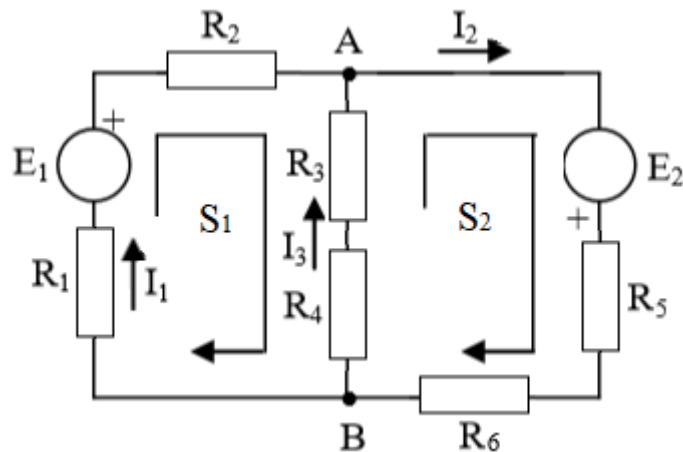
Prema I Kirhofovom zakonu:

za čvor (1): $I_4 - I_1 - I_3 = 0 \Rightarrow I_4 = I_1 + I_3 = 20 + 100 = 120 \text{ mA}$

za čvor (2): $I_5 + I_1 + I_2 = 0 \Rightarrow I_5 = -I_2 - I_1 = -15 - 20 = -35 \text{ mA}$

za čvor (3): $I_6 + I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow I_6 = -I_2 + I_3 = -15 + 100 = 85 \text{ mA}$

Zadatak 15: Za kolo na slici 15.1 odrediti intenzitete struja u svim granama primenom Kirhofovih pravila. Dati su sledeći podaci: $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 7 \text{ V}$, $U_{12} = 14 \text{ V}$, $U_{23} = 4 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 180 \Omega$.



Slika 15.1

Rešenje

$n\check{c} = 2$ $n\check{c}-1 = 1$ – j-na po I Kirhofovom zakonu

$ng = 3$ $ng-(n\check{c}-1) = 2$ – broj nezavisnih kontura

za čvor (A): $-I_1 - I_3 + I_2 = 0 \dots\dots\dots(1)$

za konturu S_1 : $E_1 - (R_1 + R_2)I_1 + (R_3 + R_4)I_3 = 0 \dots\dots\dots(2)$

za konturu S_2 : $E_2 - (R_3 + R_4)I_3 - (R_5 + R_6)I_2 = 0 \dots\dots\dots(3)$

$I_2 = I_1 + I_3, \dots\dots\dots(4)$

$$90 - 30I_1 + 10I_3 = 0 \dots\dots\dots(5)$$

$$100 - 10I_3 - 10I_2 = 0 \dots\dots\dots(6)$$

Zamenom (4) u (6) dobija se: $100 - 10I_3 - 10(I_1 + I_3) = 0$

$$100 - 10I_3 - 10I_1 - 10I_3 = 0$$

$$10I_1 + 20I_3 = 100 \quad /:10$$

$$I_1 + 2I_3 = 10$$

$$I_1 = 10 - 2I_3 \dots\dots\dots(7)$$

Zamenom (7) u (5) dobija se: $30I_1 - 10I_3 = 90 \quad /:10$

$$3(10 - 2I_3) - I_3 = 9$$

$$30 - 6I_3 - I_3 = 9$$

$$-7I_3 = -21$$

$$I_3 = 3 \text{ A} \dots\dots\dots(8)$$

Zamenom (8) u (7): $I_1 = 10 - 2I_3$

$$I_1 = 10 - 2 \cdot 3$$

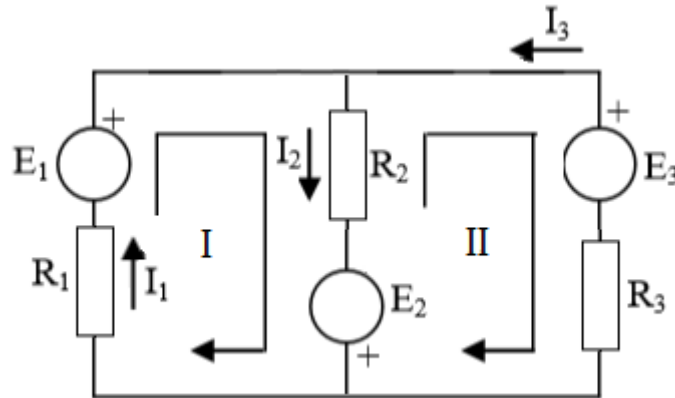
$$I_1 = 4 \text{ A}$$

Iz jednačine (4) ima se: $I_2 = I_1 + I_3$

$$I_2 = 4 + 3$$

$$I_2 = 7 \text{ A}$$

Zadatak 16: Za mrežu sa slike 16.1. odrediti intenzitete struja svih grana primenom metode konturnih struja. Dati su sledeći podaci: $E_1 = 6 \text{ V}$, $E_2 = 4 \text{ V}$, $E_3 = 5 \text{ V}$, $R_1 = 200 \text{ } \Omega$, $R_2 = 400 \text{ } \Omega$, $R_3 = 100 \text{ } \Omega$.



Slika 16.1

Rešenje

$$n\check{c} = 2; n_g = 3$$

$$n_g - (n\check{c} - 1) = 2 \text{ konture}$$

$$R_{11}I_1 + R_{12}I_{II} + R_{13}I_{III} = E_I, \quad R_{13}I_{III} = 0$$

$$R_{21}I_1 + R_{22}I_{II} + R_{23}I_{III} = E_{II}, \quad R_{23}I_{III} = 0$$

$$R_{11} = R_1 + R_2 = 200 + 400 = 600 \text{ } \Omega$$

$$R_{22} = R_2 + R_3 = 400 + 100 = 500 \text{ } \Omega$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_2 = -400 \text{ } \Omega \text{ (-) konture su suprotnog smera}$$

$$E_I = E_1 + E_2 = 6 + 4 = 10 \text{ V}$$

$$E_{II} = -E_2 - E_3 = -4 - 5 = -9 \text{ V}$$

$$600I_1 - 400I_{II} = 10$$

$$-400I_1 + 500I_{II} = -9$$

$$D = \begin{bmatrix} 600 & -400 \\ -400 & 500 \end{bmatrix} = 300000 - 160000 = 14 \cdot 10^4$$

$$D_I = \begin{bmatrix} 10 & -400 \\ -9 & 500 \end{bmatrix} = 5000 - 3600 = 14 \cdot 10^2$$

$$D_{II} = \begin{bmatrix} 600 & 10 \\ -400 & -9 \end{bmatrix} = -5400 + 4000 = -14 \cdot 10^2$$

$$I_I = \frac{D_I}{D} = \frac{14 \cdot 10^2}{14 \cdot 10^4} = 10 \text{ mA}$$

$$I_{II} = \frac{D_{II}}{D} = \frac{-14 \cdot 10^2}{14 \cdot 10^4} = -10 \text{ mA}$$

$$I_1 = I_I = 10 \text{ mA}$$

$$I_2 = I_I - I_{II} = 10 + 10 = 20 \text{ mA}$$

$$I_3 = -I_{II} = 10 \text{ mA}$$