

**Zadatak 1:** Kroz neograničen dug tanak provodnik protiče struja  $I = 10$  A. Odrediti vektor magnetne indukcije i vektor magnetnog polja na rastojanju  $r = 0,1$  m od ose provodnika. Provodnik se nalazi u vakuumu.

### Rešenje

Magnetna indukcija u vakuumu:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Magnetno polje u bilo kojoj sredini:

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Ukoliko je sredina linearna veza ova dva vektora  $H$  i  $B$  je:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

gde su:  $\mu_0$  – magnetna permeabilnost (propustljivost) vakuuma, i iznosi  $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$

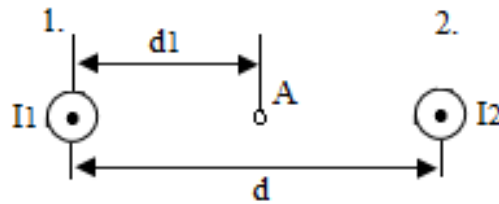
$\mu_r$  – relativna magnetna propustljivost sredine,  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0,1} = 20 \mu\text{T}$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{10}{2\pi \cdot 0,1} = 15,91 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

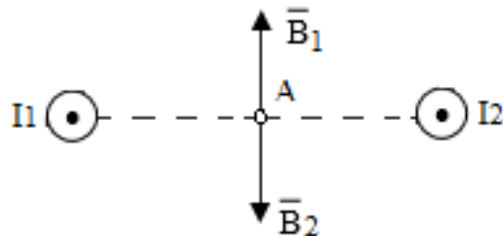
**Zadatak 2:** Dva paralelna provodnika kroz koje protiče struja  $I_1 = 10 \text{ A}$  i  $I_2 = 20 \text{ A}$  istog smera, nalaze se na rastojanju  $d = 1,25 \text{ m}$ . Odrediti vektor magnetne indukcije u tački A, čiji je položaj prikazan na slici 2.1. Rastojanje  $d_1$  iznosi  $0,25 \text{ m}$ .



Slika 2.1

### Rešenje

Vektori magnetne indukcije od pojedinih strujnih provodnika izgledaju kao na slici 2.2:



Slika 2.2

Od struje  $I_1$ :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0,25} = 8 \mu\text{T}$$

Od struje  $I_2$ :

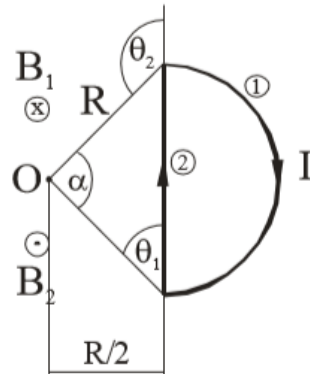
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d - d_1)} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 1} = 4 \mu\text{T}$$

Kako su vektori suprotni, intenzitet rezultantnog vektora je:

$$B = B_1 - B_2 = 4 \mu\text{T}$$

imaće pravac i smer vektora  $B_1$ .

**Zadatak 3:** Data je strujna kontura oblika kao na slici 3.1. odrediti vektor indukcije  $B$  u tački  $O$ .



Slika 3.1

### Rešenje

Gustina električne struje i ukupna jačina struje su:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{R/2}{R} = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \arccos \frac{1}{2} = 60^\circ$$

$$\alpha = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

$\alpha = 120^\circ$  - 1/3 punog kruga

$$B_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{R}{2}} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

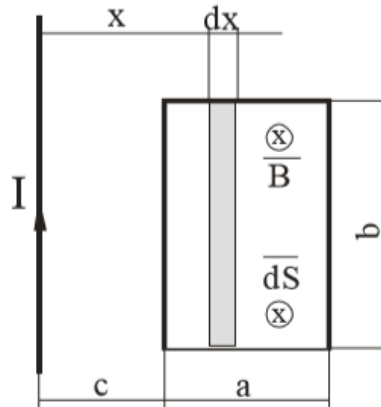
$$\cos \theta_1 = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \theta_2 = \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I \sqrt{3}}{2\pi R}$$

$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I \sqrt{3}}{2\pi R} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

**Zadatak 4:** Odrediti fluks vektora magnetne indukcije koja potiče od beskonačno dugog provodnika kroz pravougaonu konturu dimenzija  $axb$  (u vakuumu).



Slika 4.1

**Rešenje**

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

Fluks je pozitivan zbog istog smera vektora  $B$  i  $\vec{dS}$ .

$$dS = bdx$$

$$\Phi = \int_c^{c+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_c^{c+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c}$$

**Zadatak 5:** Na torus od gvožđa preseka  $S = 1,5 \text{ cm}^2$  i srednje dužine  $l = 40 \text{ cm}$  namotano je  $N = 400$  navojaka. Izmerena je jačina struje u navojima od  $I = 40 \text{ mA}$ , a magnetni fluks u torusu je  $\Phi = 3 \text{ } \mu\text{Wb}$ . Izračunati:

- magnetnu indukciju  $B$ ,
- jačinu magnetnog polja  $H$ ,
- magnetni permeabilitet jezgra,
- relativnu magnetnu permeabilnost  $\mu_r$  jezgra.

**Rešenje**

$$\text{a) } \Phi = B \cdot S \Rightarrow B = \frac{\Phi}{S} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{1,5 \cdot 10^{-4}} = 0,02 \text{ T}$$

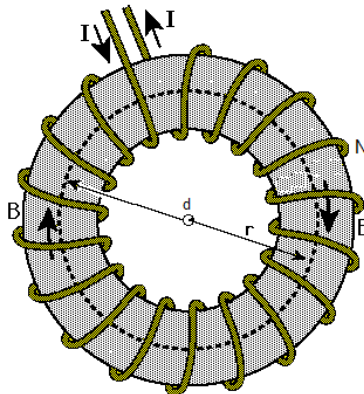
$$b) H = \frac{NI}{l} = \frac{400 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-2}} = 40 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$c) B = \mu H \Rightarrow \mu = \frac{B}{H} = \frac{0,02}{40} = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

$$d) \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 398 \approx 400$$

**Zadatak 6:** Gvozdeni prsten poprečnog preseka  $5 \text{ cm}^2$  ima srednji prečnik  $16 \text{ cm}$ . Oko prstena je namotano  $400$  navojaka kojima teče struja jačine  $2 \text{ A}$ . Relativna magnetna permeabilnost gvožđa je  $500$ . Izračunati:

- jačinu magnetnog polja,
- magnetnu indukciju u prstenu i
- magnetni fluks kroz jedan navoj i ukupan magnetni fluks?



*Slika 6.1*

### Rešenje

$$S = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d = 16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}$$

$$N = 400 \text{ navojaka}$$

$$I = 2 \text{ A}$$

$$\mu_r = 500$$

$$B = \mu \frac{NI}{2r\pi}, \quad N - \text{ broj namotaja, } r - \text{ srednji poluprečnik prstena}$$

a) Jačina magnetnog polja je:

$$H = \frac{NI}{d\pi} = \frac{400 \cdot 2 \text{ A}}{0,16 \text{ m} \cdot 3,14} = 1592 \left[ \frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

b) Magnetna indukcija u prstenu je:

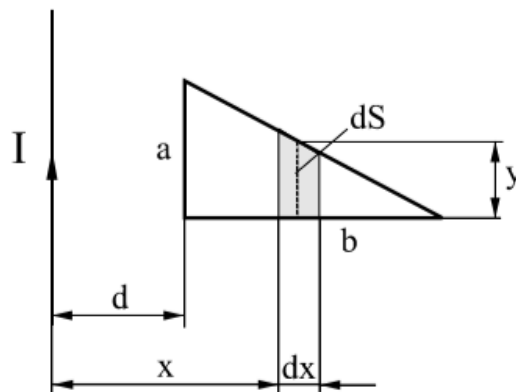
$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \mu_r H = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 500 \cdot 1592 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1 \text{ [T]}$$

c) Magnetni fluks kroz jedan navoj i ukupan magnetni fluks iznose:

$$\Phi = B \cdot S = 1 \text{ T} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ [Wb]}$$

$$\Phi_u = N \cdot B \cdot S = 400 \cdot 1 \text{ T} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0,2 \text{ [Wb]}$$

**Zadatak 7:** Provodnik savijen u obliku pravouglog trougla stranica  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 20 \text{ cm}$  nalazi se na rastojanju  $d = 3 \text{ cm}$  od beskonačno dugog tankog pravolinijskog provodnika kroz koji teče struja  $I = 50 \text{ A}$ . Odrediti fluks kroz konturu.



Slika 7.1

**Rešenje**

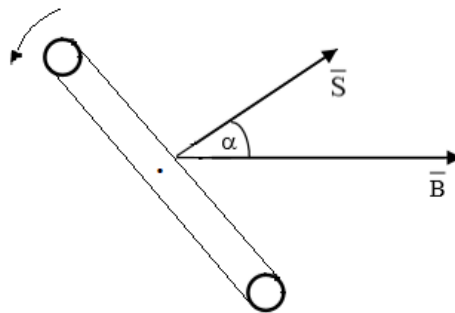
$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot \vec{dS} = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dS = \int_d^{d+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot \frac{a}{b} \cdot (d+b-x) dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi b} \int_d^{d+b} \frac{d+b-x}{x} dx$$

$$dS = y dx$$

$$y = \frac{a}{b}(d+b-x)$$

$$\begin{aligned}
\Phi &= \frac{\mu_0 I a}{2\pi b} \int_d^{d+b} x \left( \frac{d+b}{x} - 1 \right) dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi b} \cdot (d+b) \int_d^{d+b} \frac{dx}{x} - \int_d^{d+b} dx = \\
&= \frac{\mu_0 I a}{2\pi b} (d+b) \cdot \ln \frac{d+b}{d} - (d+b-d) = \frac{\mu_0 I a}{2\pi b} (d+b) \cdot \ln \frac{d+b}{d} - b = \\
&= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^{-2}} \cdot (3 \cdot 10^{-2} + 20 \cdot 10^{-2}) \cdot \ln \frac{(3 \cdot 10^{-2} + 20 \cdot 10^{-2})}{3 \cdot 10^{-2}} - 20 \cdot 10^{-2} = \\
&= 0,000005 \cdot 0,23 \cdot \ln 7,67 - 0,2 = \\
&= 1,34 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}
\end{aligned}$$

**Zadatak 8:** Pravougaona kontura sa  $N = 10$  navojaka, površine  $S = 100 \text{ cm}^2$ , nalazi se u polju indukcije  $B = 0,1 \text{ T}$ , tako da vektor površi sa vektorom  $B$  zaklapa ugao  $\alpha = \pi/3$ . Odrediti fluks  $\Phi_1$  kroz konturu. Ako se kontura zarotira za  $\pi$  odrediti odnos fluksa  $\Phi_2$  i  $\Phi_1$ .



Slika 8.1

### Rešenje

$$\Phi_0 = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha = 0,1 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{2} = 0,5 \text{ mWb}$$

Za  $N$  navojaka:

$$\Phi_1 = \Phi_0 \cdot N = 10 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ mWb}$$

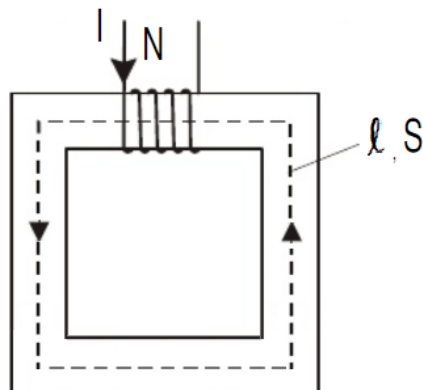
Za  $\Phi_2$  i  $\cos \pi$ :

$$\Phi_2 = \Phi_0 \cdot N \cdot \cos \pi = 5 \cdot (-1) = -5 \text{ mWb}$$

pa je odnos fluksa:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{-5 \text{ mWb}}{5 \text{ mWb}} = -1$$

**Zadatak 9:** Dužina jezgra elektromagneta iznosi 0,10 m, a površina poprečnog preseka 0,01 m<sup>2</sup>. Odrediti magnetni fluks elektromagneta ako se zna da mu se kalem sastoji od 1000 navoja, a kroz njega protiče struja od 0,04 A. Relativni magnetni permeabilitet je 1500.



Slika 9.1

### Rešenje

$l = 0,10 \text{ m}$   
 $N = 1000 \text{ navoja}$   
 $S = 0,01 \text{ m}^2$   
 $I = 0,04 \text{ A}$

---

$\Phi = ?$

$$H_c = \frac{NI}{l} \left[ \frac{\text{A}}{\text{m}} \right] \text{ - jačina magnetnog polja}$$

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H \text{ - jačina magnetne indukcije}$$

$\mu$  – apsolutni permeabilitet

$\mu_0$  – permeabilitet vakuuma,  $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$\mu_r$  – relativna permeabilnost

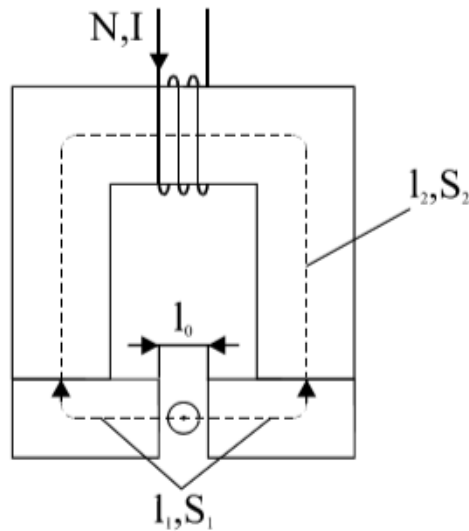
Magnetni fluks je:

$$\Phi = B \cdot S = \mu_0 \mu_r H S = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{l} S$$

$$\Phi = 0,4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot 1500 \cdot \frac{0,04 \cdot 1000}{0,1} \cdot 0,1 = 0,075 \text{ Wb}$$



**Zadatak 10:** Dat je elektromagnet čije su dužine srednjih linija  $l_1 = 10$  cm,  $l_2 = 20$  cm,  $l_0 = 0,2$  mm. Površine poprečnog preseka jezgra elektromagneta su  $S_1 = 4$  cm<sup>2</sup>,  $S_2 = 8$  cm<sup>2</sup> i kvadratnog su oblika. Jezgro je napravljeno od materijala čija se karakteristika magnećenja može predstaviti funkcijom  $H(B) = 10^3 B^2$  (A/m). Odrediti struju  $I$  kroz namotaj elektromagneta ako je broj namotaja  $N = 400$ , tako da sila na provodnik u vazдушnom procepu kroz koji teče struja  $I_1 = 1$  A bude  $F = 16 \cdot 10^{-3}$  N.



Slika 10.1

### Rešenje

Sila u vazдушnom procepu je:

$$F = I_1 \cdot l \cdot B_0 \text{ - odakle se izračunava magnetna indukcija } B_0.$$

$l = 2$  cm - se izračunava iz odnosa  $S_1 = l^2$  i predstavlja dužinu provodnika u polju.

$$B_0 = \frac{F}{I_1 \cdot l} = \frac{16 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 0,8 \text{ T}$$

Fluks je isti u celom kolu:

$$B_0 S_0 = B_1 S_1 = B_2 S_2 \Rightarrow B_0 = B_1 = 0,8 \text{ T}$$

$$B_2 = 0,4 \text{ T}$$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{0,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 636619,77 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

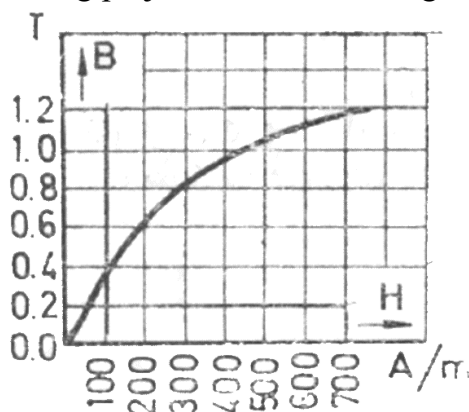
$$H_1 = 10^3 B_1^2 = 10^3 \cdot 0,8^2 = 640 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_2 = 10^3 B_2^2 = 10^3 \cdot 0,4^2 = 160 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$NI = H_0 l_0 + H_1 l_1 + H_2 l_2 \Rightarrow I = 0,558 \text{ A}$$

**Zadatak 11:** Naći jačinu struje koja treba da protiče kroz kalem sa 300 navoja, srednje dužine magnetnog jezgra 0,8 m, poprečnog preseka 0,0016 m<sup>2</sup> i vazdušnog proreza  $l_v=0,002$  m, da bi jačina magnetne indukcije  $B$  iznosila 0,8 T. Koeficijent magnetnog rasipanja u vazdušnom prorezu jednak je nuli.

Za određivanje jačine magnetnog polja koristiti krivu magnećenja sa slike 11.1.



Slika 11.1

### Rešenje

$N = 300$  navoja

$l = 0,8$  m

$S = 0,0016$  m<sup>2</sup>

$l_v = 0,002$  m

$B = 0,8$  T

$I = ?$

Magnetni fluks u vazdušnom prorezu i magnetnom jezgru je:

$$\Phi = B \cdot S = 0,8 \cdot 0,0016 = 0,00128 \text{ Wb}$$

Sa Slike 11.1 se nalazi:

$$B = 0,8 \text{ T}$$

$$H_c = 300 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_c = \frac{IN}{l_c} \Rightarrow IN = H_c \cdot l_c = 300 \cdot 0,8$$

$$IN = 240 \text{ ampere-navoj aka}$$

$$H_v = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,8}{0,4 \cdot \pi \cdot 10^{-6}} = \frac{8 \cdot 10^5}{0,4 \cdot \pi} = 6,7 \cdot 10^5$$

$$H_v = 67 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$IN = H_v \cdot l_v = 67 \cdot 10^4 \cdot 0,002 = 1340 \text{ AN}$$

Magnetopobudna sila  $M$  iznosi:

$$M = H_c \cdot l_c + H_v \cdot l_v = 240 + 1340 = 1580 \text{ A}$$

Jačina struje koja protiče kroz namotaj kalema je:

$$I = \frac{M}{N} = \frac{1580}{300} = 5,26 \text{ A}$$

**Zadatak 12:** U blizini magneta magnetna indukcija iznosi  $B = 10 \text{ mT}$ . Kolikom silom to polje deluje na deo provodnika dužine  $\Delta l = 1 \text{ cm}$  kroz koji protiče električna struja jačine  $I = 0,1 \text{ kA}$  ako provodnik zaklapa ugao  $\varphi = 90^\circ$  sa magnetnim linijama sila? Uporedi tu silu sa težinom tela čija je masa  $1 \text{ g}$ .

### Rešenje

$$F = BIl \sin \varphi = 10 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 0,1 \cdot 10^3 \text{ A} \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \sin 90^\circ = 0,01 \text{ N}$$

Može se zapaziti da je sila malog intenziteta iako kroz provodnik protiče relativno "jaka" struja. Ta sila je približno jednaka težini tela mase  $1 \text{ g}$ .

**Zadatak 13:** Između polova magneta je polje indukcije  $B = 1 \text{ T}$ . U to polje postavljen je provodnik dužine  $l = 0,3 \text{ m}$  kroz koji protiče električna struja. Kada je taj provodnik upravan na linije vektora indukcije onda magnetno polje na njega deluje silom  $F = 9 \text{ N}$ . Kolika je jačina struje koja protiče kroz provodnik?

### Rešenje

$$F = BIl \sin \varphi \Rightarrow I = \frac{F}{Bl \sin 90^\circ} = \frac{9 \text{ N}}{1 \text{ T} \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 1}$$

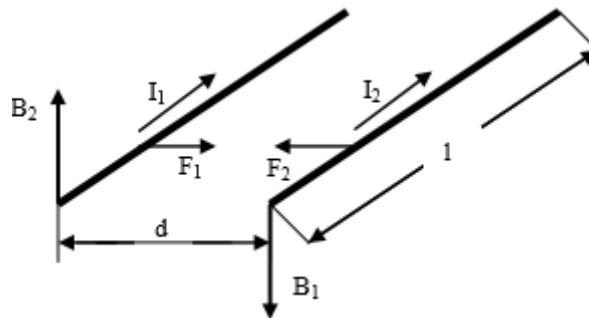
$$\varphi = 90^\circ$$

**Zadatak 14:** Pod kojim uglom u odnosu na magnetne linije sila magnetnog polja indukcije  $B = 10 \text{ mT}$  treba postaviti provodnik dužine  $l = 2 \text{ m}$  kroz koji protiče električna struja  $I = 5 \text{ A}$ , pa da polje na provodnik deluje silom  $F = 50 \text{ mN}$ ?

### Rešenje

$$F = BIl \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = \frac{F}{BIl} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 5 \text{ A} \cdot 2 \text{ m}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

**Zadatak 15:** Dva paralelna provodnika dužine  $l = 2 \text{ m}$  na međusobnom rastojanju  $d = 1 \text{ m}$  nalaze se u vazduhu. Struje u njima iznose  $I_1 = I_2 = 3 \text{ A}$ . Kolika je jačina elektrodinamičke sile i koji joj je smer ako su smerovi struja u provodnicima: a) isti, b) suprotni ?



Slika 14.1

### Rešenje

$$B_1 = \mu \cdot H_1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \frac{I_1}{d}$$

$$B_2 = \mu \cdot H_2 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \frac{I_2}{d}$$

Sila kojom drugi provodnik svojim magnetnim poljem  $B_2$  deluje na prvi provodnik kroz koji teče struja  $I_1$  iznosi (Sl. 14.1):

$$F_1 = B_2 I_1 l = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \frac{I_2}{d} I_1 l$$

Odnosno, prvi provodnik svojim magnetnim poljem  $B_1$  deluje na drugi kroz koji teče struja  $I_2$  silom:

$$F_2 = B_1 I_2 l = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \frac{I_1}{d} I_2 l$$

Može se iz navedenih relacija zaključiti da je  $F_1 = F_2$ , pa sledi:

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \frac{l}{d} I_1 I_2 [N]$$

gde je:

- $F$ ...elektrodinamička sila između dva provodnika kroz koje teče struja (N),
- $l$ ...aktivna dužina provodnika (m),
- $d$ ...rastojanje između provodnika (m),
- $\mu_r$ ...relativna magnetna permeabilnost (propustljivost),
- $I_1$  i  $I_2$ ...struje koje protiču kroz provodnike 1 i 2 (A).

Zamenom brojnih vrednosti dobija se:

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \frac{l}{d} I_1 I_2 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \frac{l}{d} I = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot \frac{2}{1} \cdot 3 = 12 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Kada je smer struja u provodnicima isti oni se privlače, i obrnuto, što se može zaključiti istim pravilima kao i kod elektromagnetne sile (pravilo leve ruke). Dakle, provodnici se u ovom slučaju privlače.