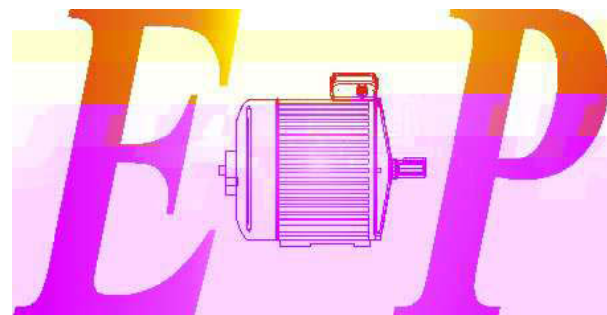


ELEKTROMOTORNI POGONI

I deo



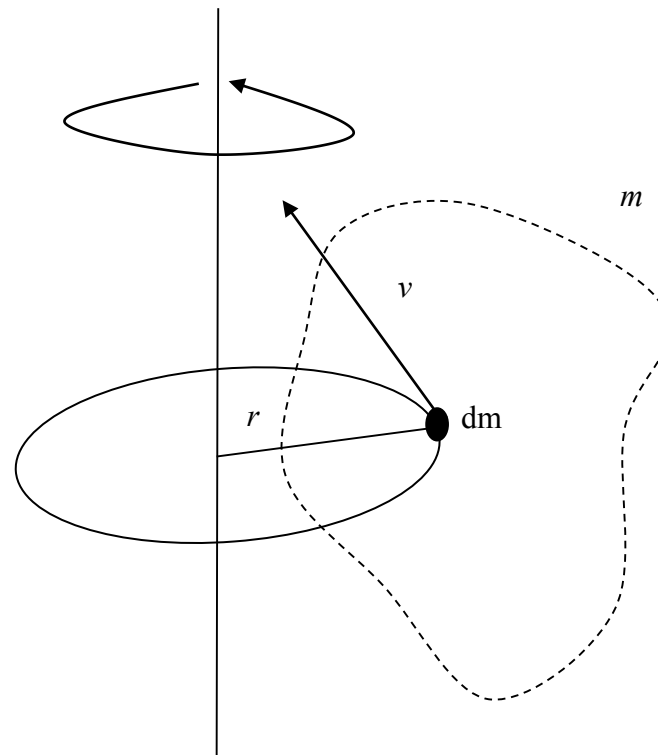
8. MOMENAT INERCIJE

$$df = m \frac{dv}{dt}$$

$$v = r\omega$$

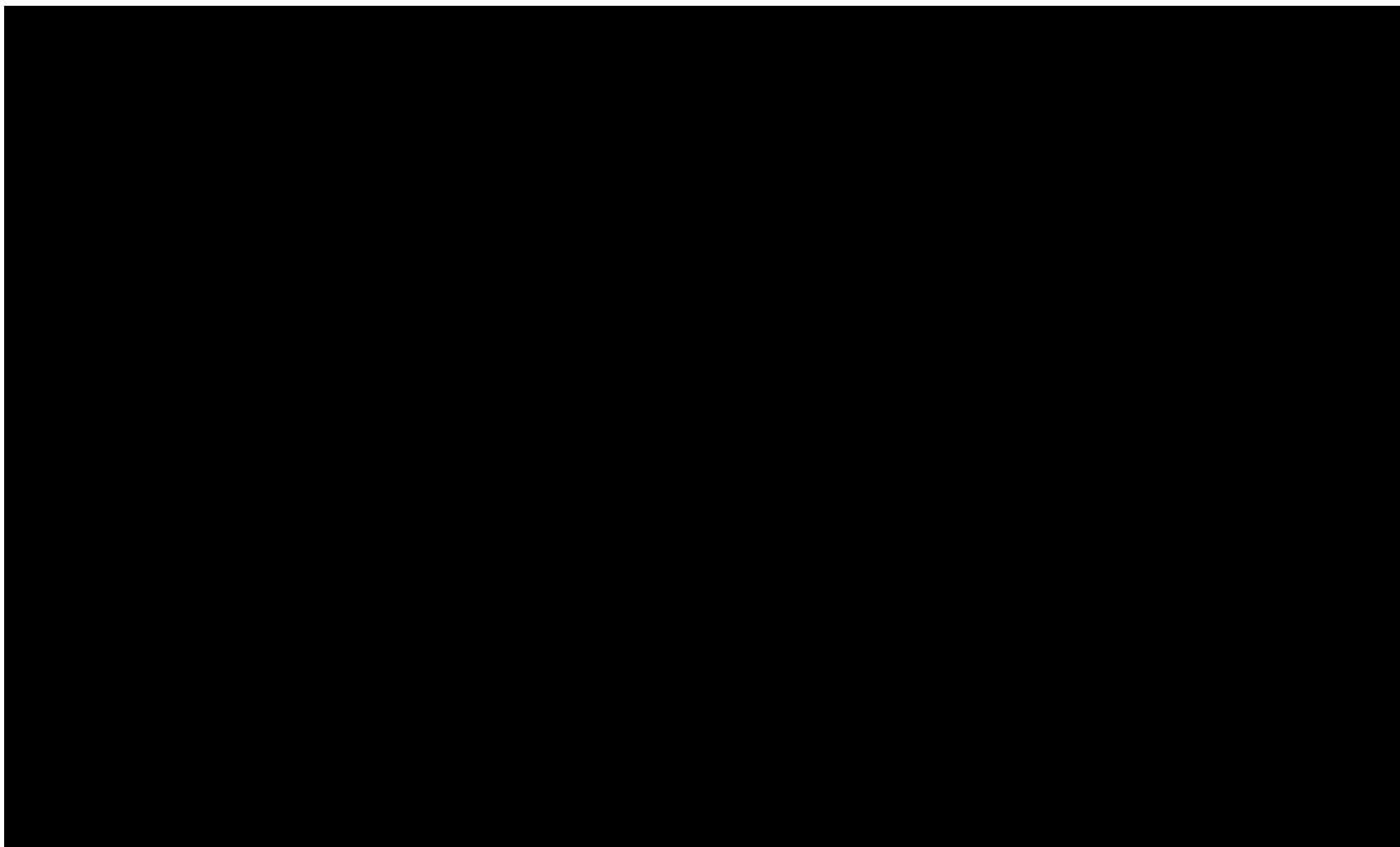
$$df = mr \frac{d\omega}{dt}$$

$$M = df * r = mr^2 \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d\omega}{dt}$$



df- Sila inercije
M- Obrtni moment
J- Moment inercije

TEST



Ako je telo **homogeno** tj:

$$dm = \rho dV$$

$$J = \rho \int_V r^2 dV$$

Za šuplju osovinu (r_1, r_2, l)

$$dm = \rho dV, V = 2\pi r l$$

$$J = \rho \int_{r_1}^{r_2} r^2 2\pi r l dr = 2\pi \rho l \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr = \frac{\pi}{2} \rho l (r_2^4 - r_1^4)$$

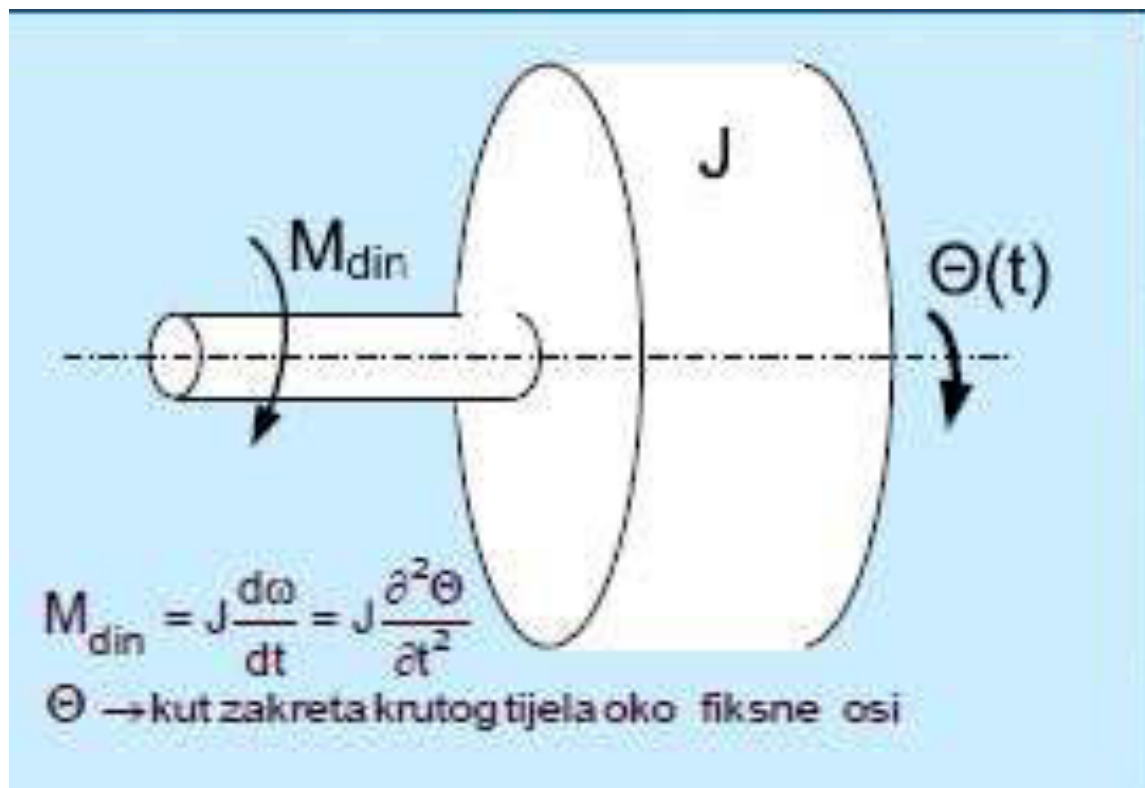
Ukupan moment ubrzanja je:
$$M_u = \int_0^{M_u} dM_u = \frac{d\omega}{dt} \int_0^m r^2 dm = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$



Ako umesto mase m upotrebimo tezinu G , $G = mg$,
 ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$ - ubrzanje zemljine teze) a za poluprecnik r imamo $D/2$

$$J = \int_V r^2 dm = m \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} m D^2$$

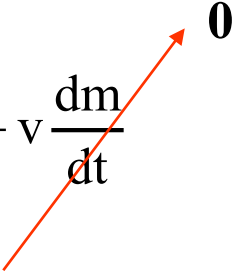
$$J = \frac{GD^2}{4g} \left[\text{kgm}^2 \right]$$



9. NJUTNOVA JEDNAČINA

MEHANIKA

Kod pravolinijskog kretanja:

$$\sum_i F_i = \frac{d}{dt}(m \cdot v) = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$


$$f_e - f_m = \frac{d}{dt}(m \cdot v) = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

gde je: f_e - pokretačka-motorna sila;

f_m - otporna, sila koja se suprotstavlja kretanju;

m - masa;

v - brzina kretanja.



Kod rotacionog kretanja, značajno u pogonima:

$$M_m - M_t = \frac{d}{dt} (\omega \cdot J) = J \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{dJ}{dt}$$

gde je: M_m - elektromagnetni momenat motora;
 M_t - momenat tereta, moment opterećenja;
 J - ukupan momenat inercije pogona;
 ω - ugaona brzina.

$$M_m - M_t = \frac{d}{dt} (\omega \cdot J) = J \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \alpha = J \frac{d\theta^2}{d^2t}$$

α - ugaono ubrzanje;

θ - trenutni ugao vratila, položaj rotora prema statoru.

Ako mehan.moment zavisi od ugla θ ovoj jed.treba dodati

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$



10. Momenti koji deluju u EMP i njihova međusobna zavisnost

- Za svaki EMP neophodno je da na početku rada $\Sigma M=0$, na spoju elektromotora i radne mašine.

Taj uslov izražavamo kao:

$$M_m = M_t + M_u$$

M_m - moment motora na osovini

M_t - moment tereta kojim r.m. deluje na osovinu

M_u - moment ubrzanja(usporenja) koji se usled momenta inercije celog EMP pojavljuje na osovinu



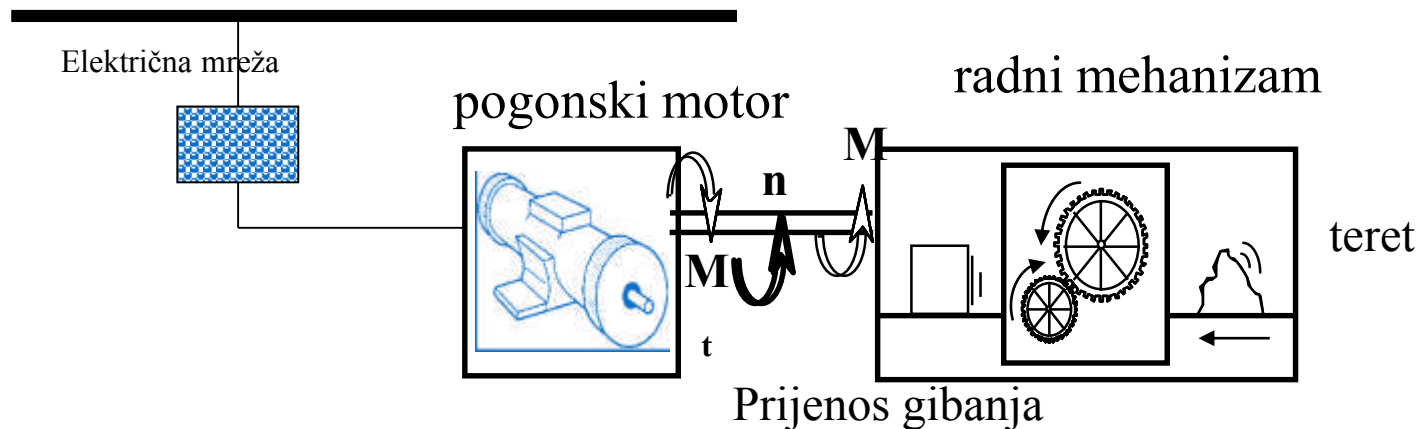
10. Momenti koji deluju u EMP i njihova međusobna zavisnost

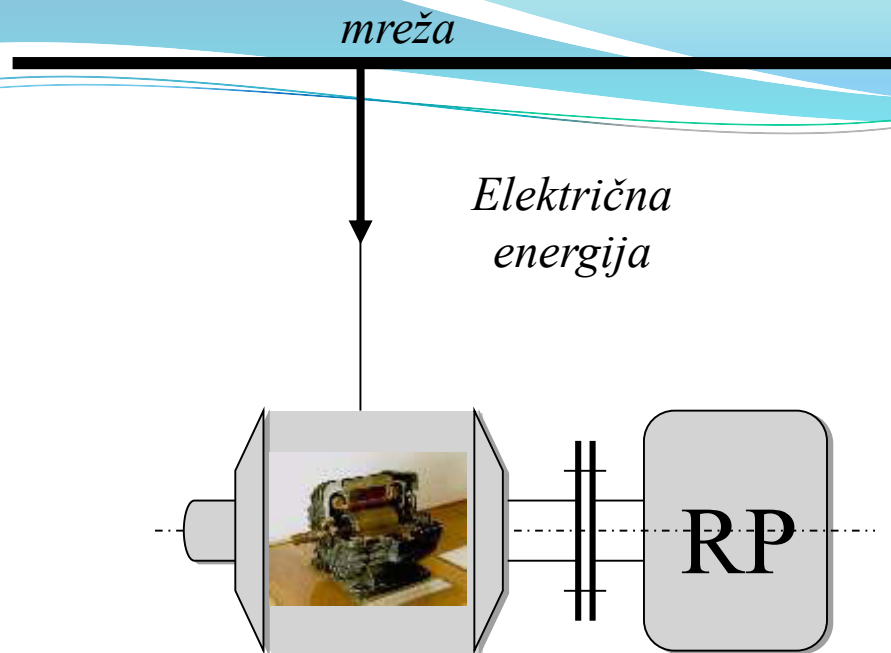
Momenti koji deluju na EMP su:

- moment motora M_m
- moment tereta M_t
- moment ubrzanja (usporenja) M_u

$$\Sigma M = 0$$

$$M_u = M_m - M_t$$





U prelaznom stanju postoji i moment M_u koji **ubrzava ili usporava pogon.**

$$M_u = M - M_t \quad \text{odnosno} \quad M = M_u + M_t$$

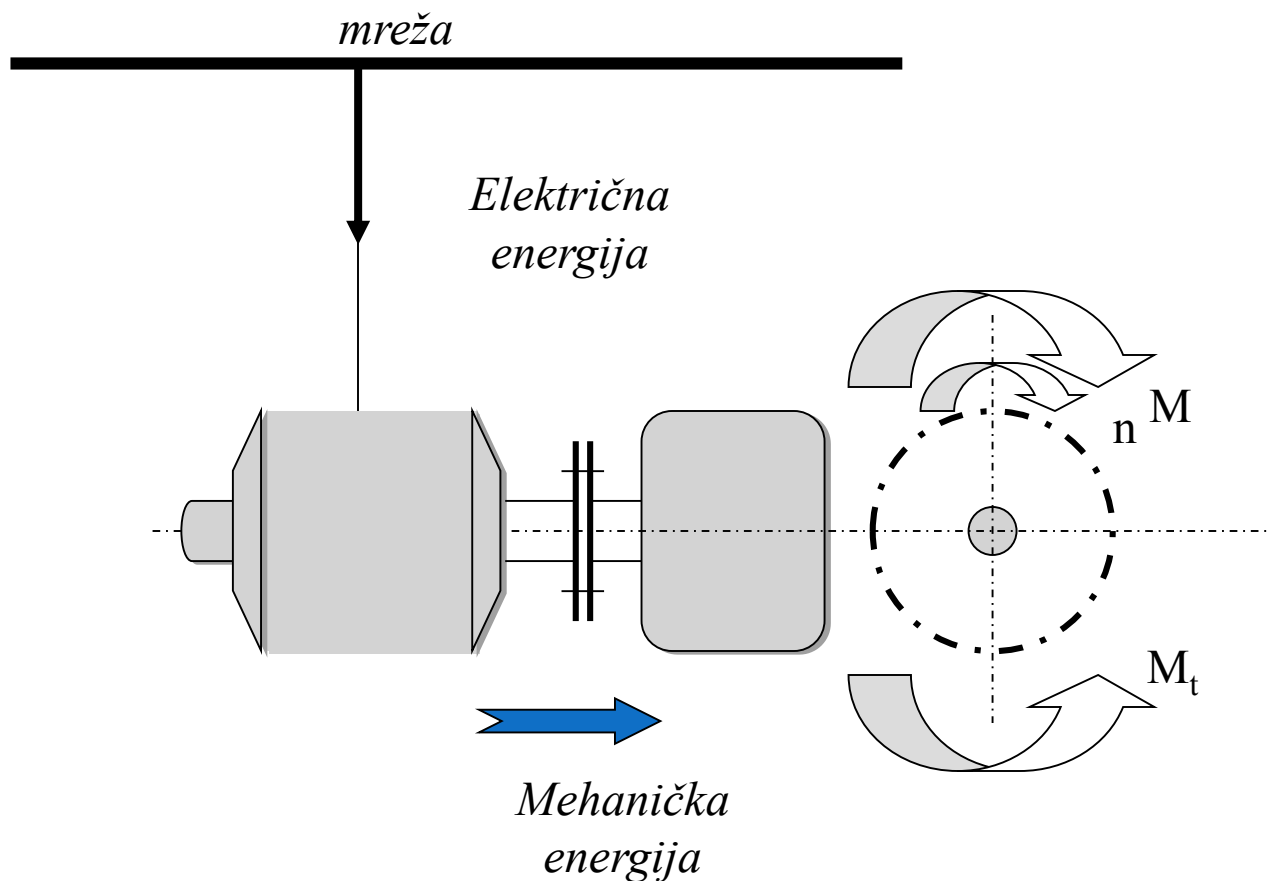
$$M_u = M_m - M_t = J \frac{d\omega}{dt} = J\alpha$$

J – moment inercije svih okretnih delova reduciran na osovину motora;

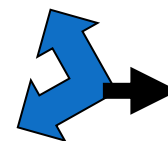
$\omega = 2\pi n$ – ugaona brzina; n – brzina okretanja; α - ugaono ubrzanje osovine motora



Osnovni pojmovi EMP



1. Elektromotor u stacionarnom ili dinamičkom stanju
2. Radni pogon (RP) ili radni mehanizam (RM)



Elektromotor predaje mehaničku energiju RP

M – moment motora; n – broj okretaja rotora motora; M_t – moment tereta

Obrtni moment pogonskog elektromotora M suprotstavlja se moment tereta M_t



11. Pogonska stanja emp

1. Za stacionarno stanje EMP vazi:

$$\omega = \text{konstant.}$$

$$n = \text{konstant.}$$

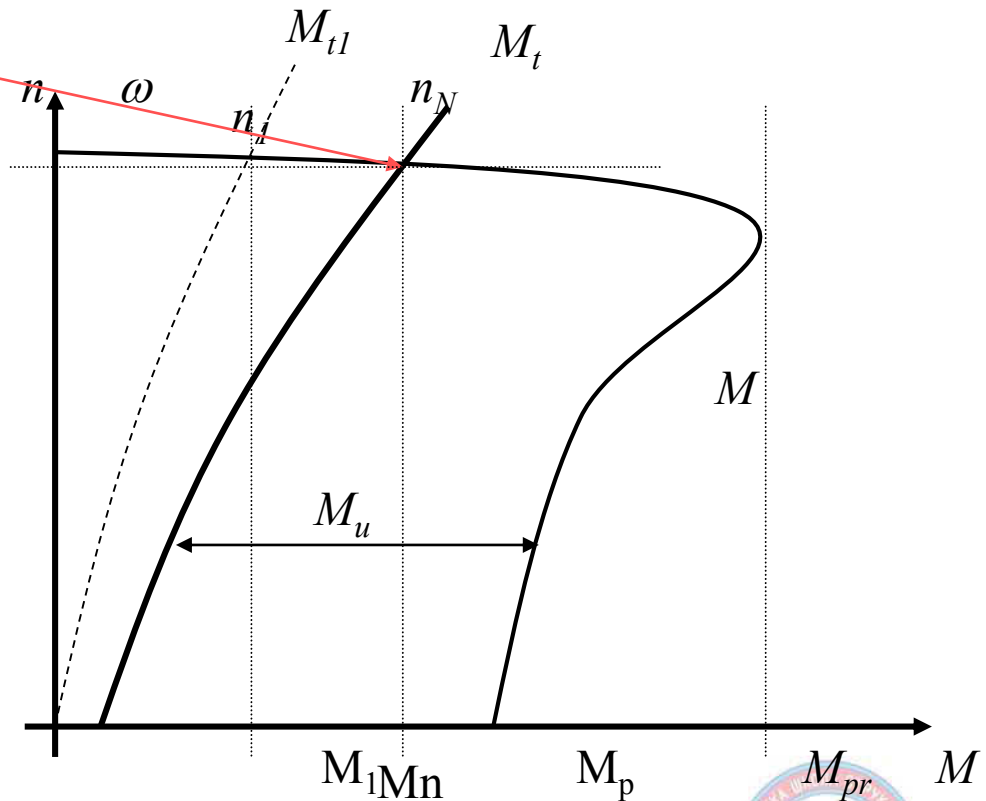
$$\Delta\omega / \Delta t = 0$$

$$\Delta n / \Delta t = 0$$

$$M = M_t$$

$$M_u = 0$$

$$M_u = M_m - M_t = J \frac{d\omega}{dt} = J\alpha = 0$$



Npr. statička momentna karakteristika kaveznog asinkronog motora i mehanička statička karakteristika pokretnog mehanizma, npr. ventilatora



2. Za dinamičko (prelazno) stanje EMP vazi:

$$M \neq M_t$$

$$M_u = M - M_t$$

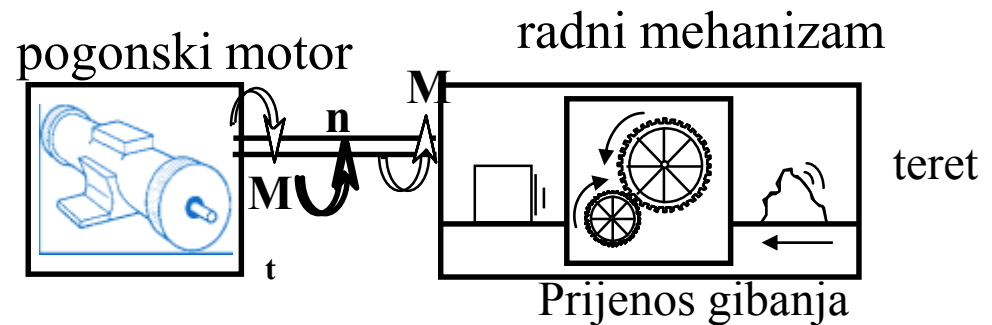
$$\omega \neq \text{konst.}$$

$$n \neq \text{konst}$$

$$\Delta\omega / \Delta t = f(M_u) \neq 0$$

$$\Delta n / \Delta t = f(M_u) \neq 0$$

$$M_u = M_m - M_t = J \frac{d\omega}{dt} = J\alpha \neq 0$$



Stacionarna i dinamička stanja EMP u mehaničkom smislu naizmenično se menjaju, jer je nemoguće dovesti EMP u bilo koje stacionarno stanje ili ga izvesti iz njega a da ne prođe kroz dinamičko stanje.



OSNOVNA STANJA EMP

- Motorsko pogonsko stanje

tri slucaja:

-brzina okretanja raste

$$M_m \uparrow = M_t + M_u \uparrow$$

-brzina okretanja je konstantna

$$M_m = M_t + M_u, \dots \dots M_u = 0$$

-brzina okretanja opada

$$M_m \downarrow = M_t + M_u \downarrow$$

- Generatorsko pogonsko stanje

-brzina okretanja raste

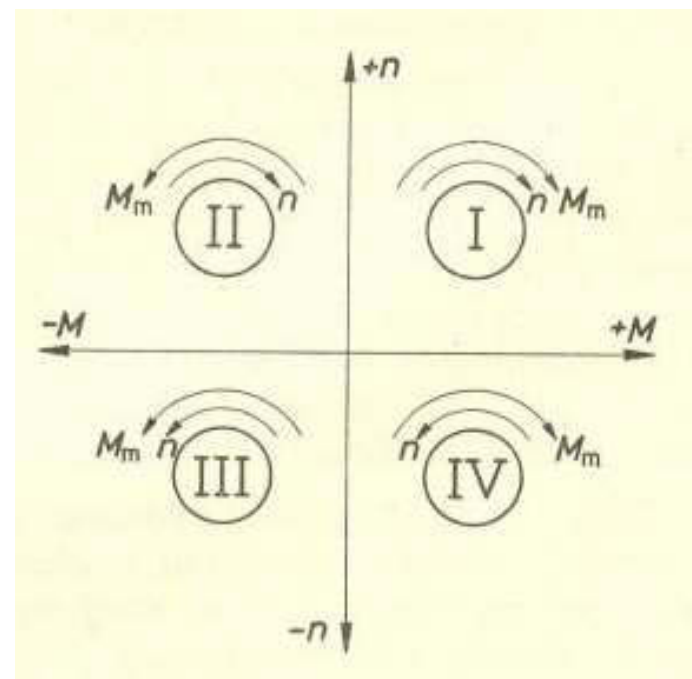
$$M_m \downarrow = M_t + M_u \downarrow$$

-brzina okretanja je konstantna

$$M_m = M_t + M_u, \dots \dots M_u = 0$$

-brzina okretanja opada

$$M_m \uparrow = M_t + M_u \uparrow$$

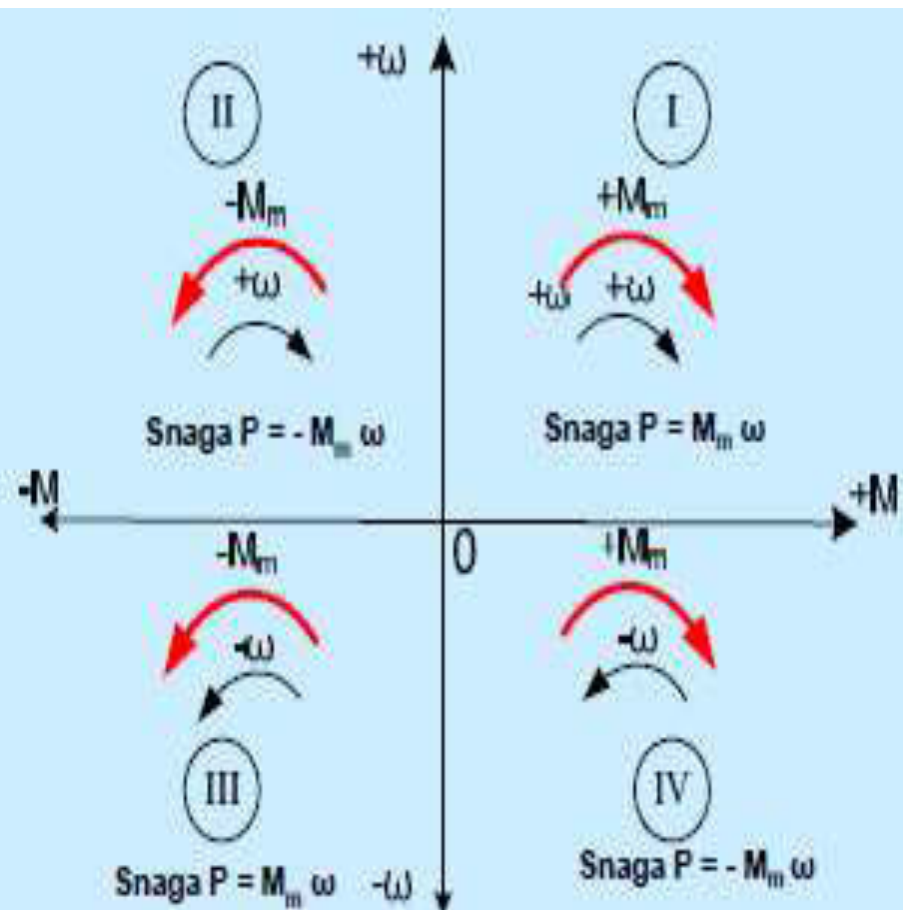


ČETIRI KVADRANTA ZA PRIKAZ RADNOG PODRUČJA POGONA

Motorski rad → moment motora djeluje u smjeru vrtnje (gibanja)

Generatorski rad → moment motora djeluje suprotno od smjera vrtnje

- I kvadrant - motorski rad (pozitivni moment i pozitivna brzina vrtnje)
- II kvadrant - generatorski rad (smjer brzine i momenta motora suprotni-kočenje)
- III kvadrant - motorski rad
- IV kvadrant - generatorski rad (kočni režim rada)



Motorsko pogonsko stanje (3 slučaja):

1. brzina okretanja raste (n) raste

$$M_m > M_t \quad M_m = M_t + M_u \quad M_u = M_m - M_t > 0$$

-Moment motora nadvladava moment tereta

-Moment ubrzanja M_u - *ubrzava pogon*

2. n-konstantan

$$M_m = M_t \quad M_u = 0$$

-motorski moment M_m jednak je momentu tereta M_t , pogon je u stacioniranom stanju ($M_u = 0$)

3. n-opada

$$M_m < M_t \text{ pa je } M_u < 0$$

-što znači da moment usporenja -*usporava teret* ili ga koči, moment tereta nadvladava moment motora

Generatorsko pogonsko stanje

1. n-raste

$M_t > M_m$ (moment tereta nadvladava moment motora) i M_u *koči* ali nedovoljno uspješno.

2. n-konst

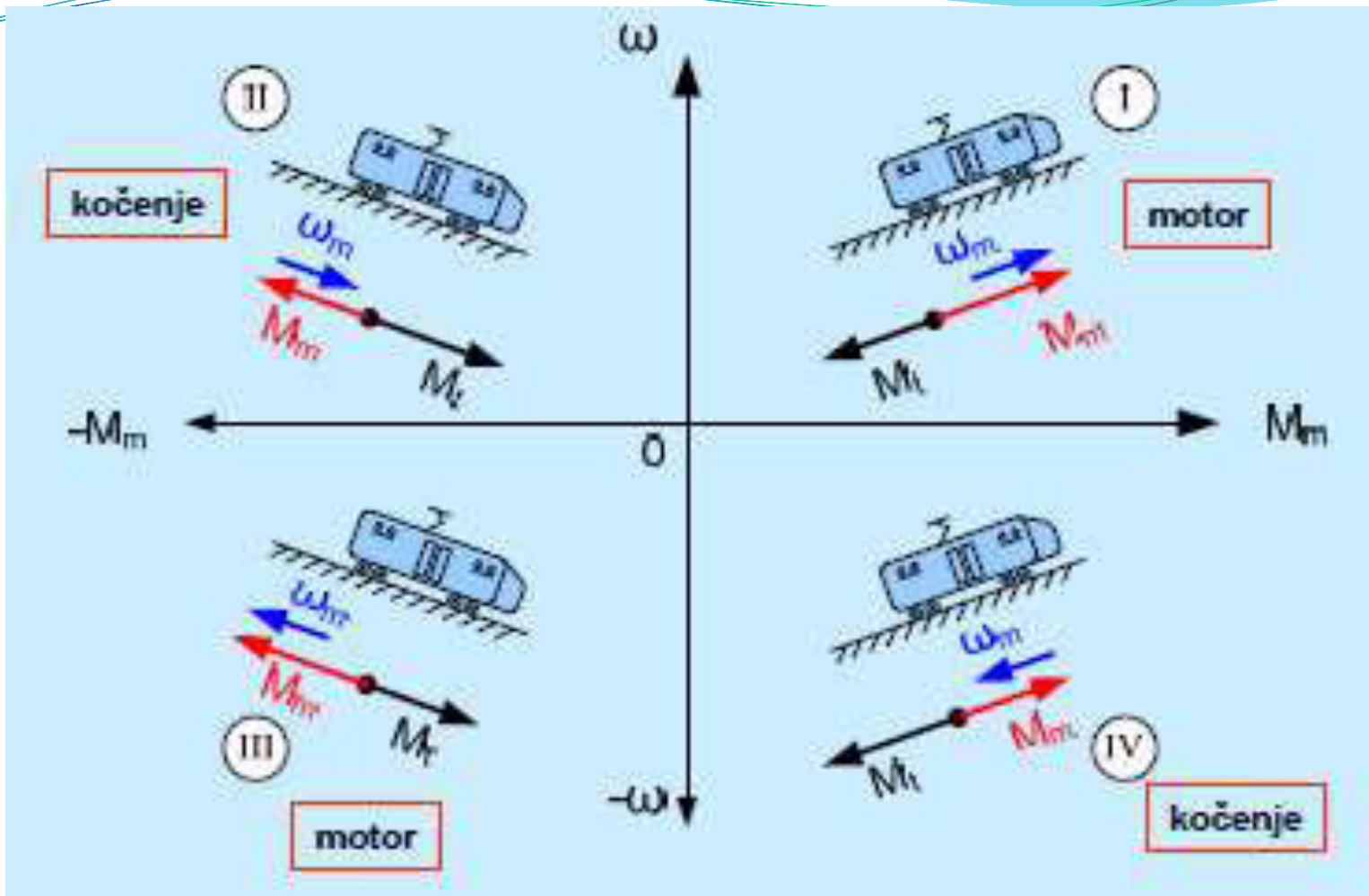
$$M_t = M_m \quad M_u = 0$$

-moment tereta i moment motora su jednaki, pogon je u stacioniranom pogonskom stanju

3. n-opada

$M_t < M_m$ i M_u uspješno koči, *Usporava*





Zaključak 1.

- Ponašanje u generatorskom (kočnom) stanju može se uočiti pri kretanju električnog vozila na nizbrdici.
- *Kod motorskog pogonskog stanja razvijeni moment deluje u smeru okretanja.*
- *Kod generatorskog pogonskog stanja razvijeni moment deluje nasuprot smeru okretanja.*

U EMP ne govorimo o motorskom i generatorskom stanju, nego se govori o RADNIM I KOČNIM POGONSKIM STANJIMA



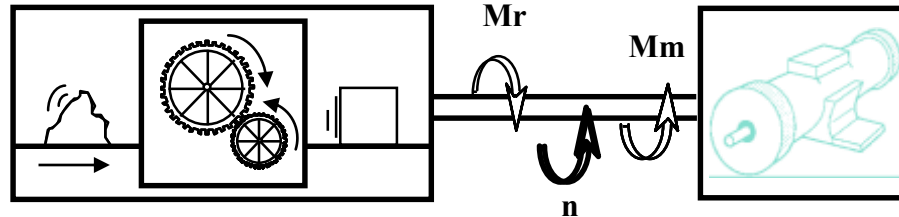
ZAKLJUČAK 2.

Zakon pogona

- Otporni teret

radni mehanizam

pogonski motor



moment tereta (M_t) ≠ Motorski moment (M_m)

motor određuje brzinu okretanja

$M_m = M_t + M_u$, Moment motora = moment tereta + moment ubrzanja

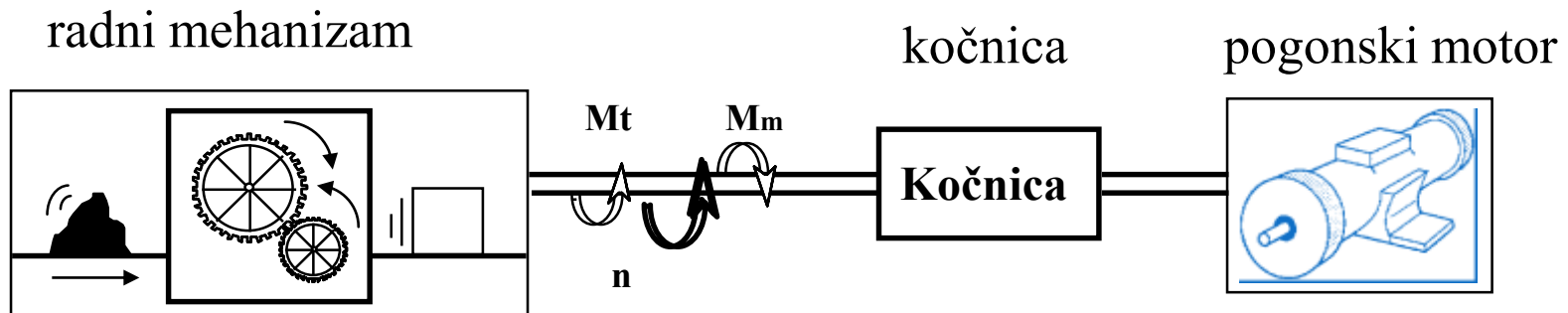
$P = M \times \omega$, Snaga = moment x brzina okretanja

$W = P \times t$, Energija = snaga x vreme

ZAKLJUČAK 3.

Temeljne zakonitosti pogona

Kočni (generatorski) režim rada



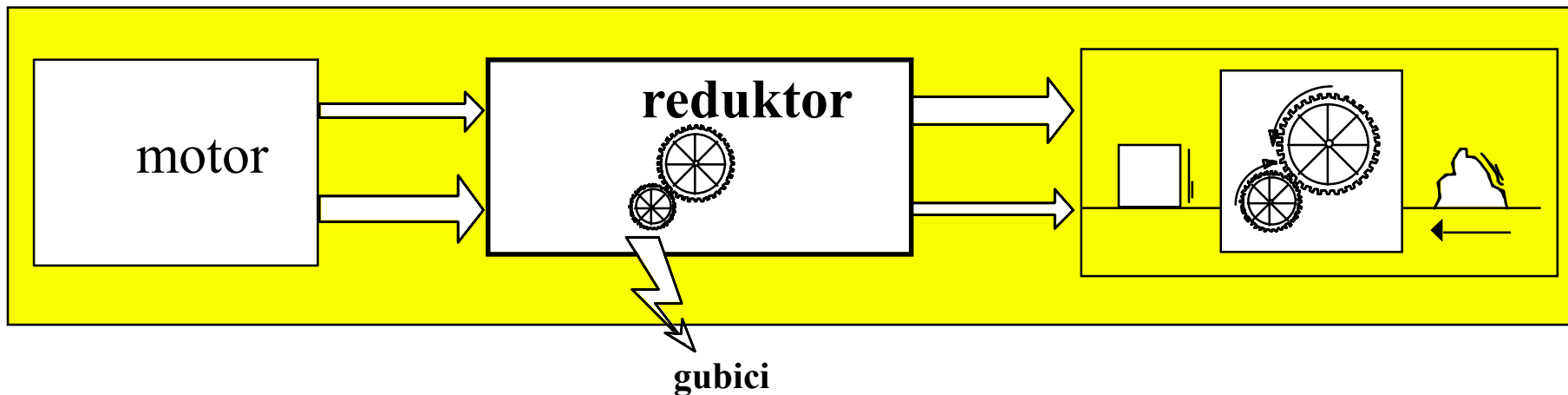
moment tereta (M_t) \neq moment kočennja (M_f)

pogon određuje brzinu okretanja

ZAKLJUČAK 4.

Temeljne zakonitosti pogona

Prenosnik - reduktor u pogonu



Mali moment → **POVEĆANJE MOMENTA** → veliki moment
velika brzina ← **povećanje brzine** ← niska brzina

$$M_x w = P = M_x W$$

