

1. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke:

$U_{an} = 400 \text{ V}$, $I_{an} = 120 \text{ A}$, $\omega_n = 130 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $I_{pn} = 2 \text{ A}$, $R_a = 0,16 \Omega$. Odrediti:

- a.) moment u nominalnom režimu rada,
- b.) moment i brzinu obrtanja u praznom hodu, ako motor uzima struju armature od 2 A,
- c.) struju armature i brzinu obrtanja kad se motor optereći radnom mašinom konstantnog momenta $M_m = 150 \text{ Nm}$,
- d.) šta treba učiniti da pri datom opterećenju brzina obrtanja bude $\omega_2 = 100 \text{ rad/s}$,
- e.) šta treba učiniti da bi za isto opterećenje brzina obrtanja bila $\omega_3 = 200 \text{ rad/s}$.

REŠENJE:

Opšti matematički model rada mašine za jednosmernu struju predstavlja skup diferencijalnih i algebarskih jednačina:

$$u_a = R_a \cdot i_a + L_a \cdot \frac{di_a}{dt} + e \quad (1.1)$$

$$u_p = R_p \cdot i_p + L_p \cdot \frac{di_p}{dt} \quad (1.2)$$

$$m_e - m_m = J_m \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (1.3)$$

$$e = \Phi \cdot \omega \quad (1.4)$$

$$m_e = \Phi \cdot i_a \quad (1.5)$$

Sve oznake sa indeksom "a" se odnose na armaturu, tj. namotaj rotora,. Indeks "p" označava pobudni, statorski namotaj.

Jednačina (1.1) predstavlja naponsku jednačinu armature (rotora). Ona ne uzima u obzir dodatni pad napona usled proticanja struje preko četkica $\Delta U_c = R_c I_a$, koji je otprilike 2 V.

u_a - napon armature,

i_a - struja armature,

R_a - otpornost armature,

L_a - samoinduktivnost namotaja armature,

e - elektromotorna sila indukovana usled rotacije - u izrazu (1.1) ovaj član je dominantan u odnosu na prva dva člana sa desne strane, koji predstavljaju padove napona.

Jednačina (1.2) je naponska jednačina pobudnog, statorskog kola, gde su u_p i i_p napon i struja pobude a R_p i L_p otpornost i samoinduktivnost pobudnog namotaja.

Opšta jednačina kretanja prikazana je izrazom (1.3), gde su m_e i m_m električni moment motora i otporni moment radne mašine, respektivno. Sva trenja pokretnih delova mašine su uračunata kao deo opterećenja, te ovom izrazu nema člana koji opisuje trenje. J_m je polarni moment inercije obrtnih delova a ω je ugaona brzina. Poznavajući ugaonu brzinu lako se može izračunati brzina obrtanja mašine u jedinici „broj obrtaja u minuti“:

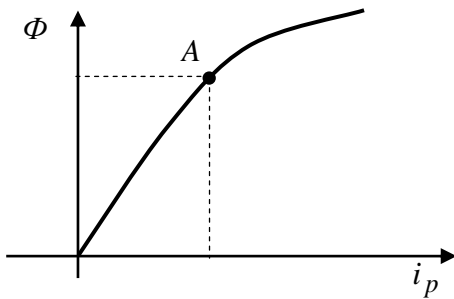
$$n = \frac{60}{2\pi} \cdot \omega = 9,55 \cdot \omega \quad (1.6)$$

U opštem slučaju, veza između pobudne struje i pobudnog fluksa Φ je nelinearna,

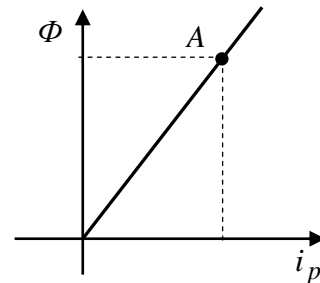
$$\Phi = L_{ap} \cdot i_p \quad (1.7)$$

gde je L_{ap} (ponekad označena M_{ap}) međusobna induktivnost namotaja armature i pobude. Ta veza je određena krivom magnećenja, prikazanom na slici 1.1, odnosno izrazom (1.8).

Normalno se mašina konstruiše tako da se magnetno kolo ne dovodi u vrlo jako magnetno zasićenje. Stoga se pobudni fluks može predstaviti kao linearna funkcija pobudne struje, tj. nelinearna zavisnost sa slike 1.1 aproksimira se linearnom, slika 1.2. Ova aproksimacija ne unosi veliku grešku, zbog toga što se radna (nominalna) tačka A obično nalazi na tzv. „kolenu“ karakteristike magnećenja, a fluks se nikada ne podiže iznad nominalne vrednosti.



Slika 1.1: Kriva magnećenja magnetnog materijala.



Slika 1.2: Linearna aproksimacija krive magnećenja.

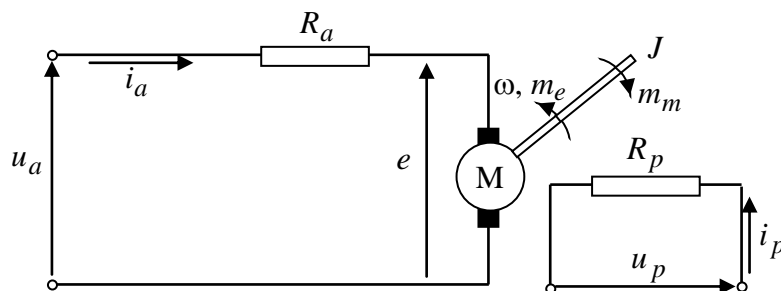
U linearnom slučaju je $L_{ap} = const.$ pa izraz (1.4) postaje:

$$e = \Phi \cdot \omega = L_{ap} \cdot i_p \cdot \omega \quad (1.8)$$

Uvrštavajući izraz (1.7) u izraz (1.5) dobija se:

$$m_e = \Phi \cdot i_a = L_{ap} \cdot i_p \cdot i_a \quad (1.9)$$

U zavisnosti od načina priključenja statorskog, pobudnog namotaja razlikuje se više tipova mašina za jednosmernu struju. Ako se statorski i rotorski namotaj napajaju iz dva nezavisna izvora (slika 1.3), to je mašina jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom.



Slika 1.3: Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom.

U stacionarnom režimu, za motorski režim rada, jednačine (1.1) do (1.5) se znatno uprošćuju. Svi izvodi imaju vrednost nula, pa će matematički model biti:

$$U_a = R_a \cdot I_a + E \quad (1.10)$$

$$U_p = R_p \cdot I_p \quad (1.11)$$

$$M_e = M_m \quad (1.12)$$

$$E = \Phi \cdot \omega \quad (1.13)$$

$$M_e = \Phi \cdot I_a \quad (1.14)$$

Jednačina (1.12) ukazuje da je u ustaljenom stanju moment mašine M_e jednak momentu opterećenja M_m . Treba naglasiti da su ova dva momenta različita po prirodi, tj. na različite načine zavise od drugih promenljivih. U stacionarnom stanju momenti su brojčano jednaki i motor radi konstantnom brzinom.

a.) Nominalni režim

U nominalnom režimu rada sve promenljive veličine poprimaju vremenski konstantnu vrednost nominalnih amplituda. Naponska jednačina armature ima oblik:

$$U_{an} = R_a \cdot I_{an} + E_n \quad (1.15)$$

Stoga je nominalna indukovana elektromotorna sila:

$$E_n = U_{an} - R_a \cdot I_{an} = 400 - 0,16 \cdot 120 = 380,8 \text{ V} \quad (1.16)$$

Za ovu radnu tačku (nominalni režim) jednačina (1.4) odnosno (1.13) ima oblik:

$$E_n = \Phi_n \cdot \omega_n \quad (1.17)$$

te je

$$\Phi_n = \frac{E_n}{\omega_n} = \frac{380,8}{130} = 2,9292 \text{ Wb} \quad (1.18)$$

pa je razvijeni elektromagnetni moment motora u nominalnom režimu rada:

$$M_{en} = \Phi_n \cdot I_{an} = 2,929 \cdot 120 = 351,5 \text{ Nm} \quad (1.19)$$

Mehanička karakteristika motora sa nezavisnom, konstantnom pobudom $M_e(\omega)$ pri nominalnom napajanju U_{an} prikazana je na slici 1.4 i označena sa (1). Radna tačka ovog režima rada je tačka **a**. Za karakteristiku ovako strmog oblika se kaže da je tvrda, jer sa promenom momenta opterećenja, tj. razvijenog električnog momenta motora, dolazi do male promene brzine. Sa promenom (smanjenjem) napona napajanja ova strmina se ne menja, već se samo translatorno pomera po osi ugaone brzine.

Ako je magnetno kolo linearno (nema zasićenja), može se sračunati vrednost međuinduktivnosti namotaja armature i pobude, L_{ap} , koristeći izraz (1.7), i dobija se:

$$L_{ap} = \frac{\Phi_n}{I_{pn}} = \frac{2,9292}{2} = 1,4646 \text{ H} \quad (1.20)$$

b.) Prazan hod

U praznom hodu motor se napaja nominalnim naponom. Zbog toga se radna tačka nalazi na istoj pravoj (1) kao i nominalna radna tačka (zadatak pod **a.**), ali u ovom režimu rada nema korisnog momenta - razvijeni elektromagnetni moment služi samo da pokriva mehaničke gubitke.

Teoretski, nema struje u rotorskom namotaju, tj. $I_{a0} = 0$, a praktično je struja vrlo mala. Radna tačka ovog režima rada se nalazi tik iznad preseka karakteristike (1) i apscisne ose ugaone brzine obrtanja ω . Ta tačka je na slici 1.4. označena sa b .

Matematički model u ovoj radnoj tački je opisan jednačinama:

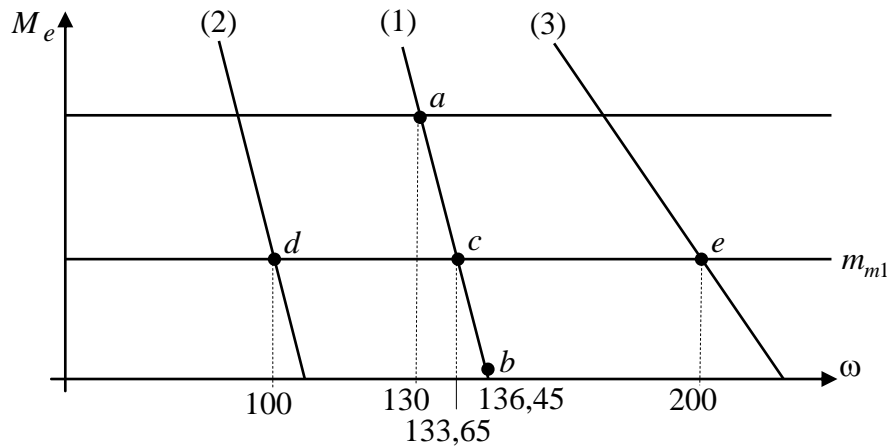
$$U_{an} = R_a \cdot I_{a0} + E_0 = R_a \cdot I_{a0} + \Phi_n \omega_0 \quad (1.21)$$

Koristeći ovaj izraz, može se odrediti ugaona brzina obrtanja u režimu praznog hoda:

$$\omega_0 = \frac{U_{an} - R_a \cdot I_{a0}}{\Phi_n} = \frac{400 - 0,16 \cdot 2}{2,9292} = 136,45 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (1.22)$$

Razvijeni moment u praznom hodu, koji pokriva gubitke na trenje i ventilaciju, je:

$$M_{e0} = M_{gm} = \Phi_n \cdot I_{a0} = 2,9292 \cdot 2 = 5,858 \text{ Nm} \quad (1.23)$$



Slika 1.4: Mehaničke karakteristike motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom.

c.) Manje opterećenje

U ovom režimu rada moment opterećenja radne mašine je manji od nominalnog momenta motora. Električni moment M_e tj. moment konverzije u novom stacionarnom stanju, mora biti jednak zbiru mehaničkog momenta radne mašine m_m i momenta mehaničkih gubitaka, u skladu sa izrazom (1.12).

$$M_{e1} = m_{m1} + M_{gm} < M_{en} \quad (1.24)$$

Razvijeni moment u ovom stacionarnom stanju može se odrediti izrazom (1.14):

$$M_{e1} = \Phi_n \cdot I_{a1} \quad (1.25)$$

Pošto je moment u ovom režimu rada manji od momenta u nominalnom režimu, a pobuda ostala nepromenjena, na osnovu prethodnog izraza se zaključuje da struja armature (rotora) u ovom režimu mora biti manja u odnosu na struju rotora u nominalnom režimu:

$$I_{a1} = \frac{M_{e1}}{\Phi_n} = \frac{150 + 5,858}{2,9292} = 53,21 \text{ A} \quad (1.26)$$

Napon napajanja je nominalan, pa se radna tačka i ovog režima rada nalazi na istoj pravoj (1) prikazanoj na slici 1.4, kao i u prethodna dva stacionarna stanja. Radna tačka ovog režima rada

se nalazi u tački c , u preseku prave koja određuje moment opterećenja m_m i prave (1). Tražena brzina obrtanja u ovom stacionarnom stanju ω_1 se izračunava analogno izrazu (1.22):

$$\omega_1 = \frac{U_{an} - R_a \cdot I_{a1}}{\Phi_n} = \frac{400 - 0,16 \cdot 53,21}{2,9292} = 133,65 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (1.27)$$

Da bi se izračunata ugaona brzina izrazila brojem obrtaja u minuti, na osnovu izraza (1.6) se ima:

$$n_1 = \frac{60}{2\pi} \cdot \omega_1 = \frac{60}{2\pi} \cdot 133,65 = 1276,3 \frac{\text{o}}{\text{min}} \quad (1.28)$$

d.) Smanjenje brzine

Da bi se motor obrtao traženom, nižom, brzinom ω_2 , mora se smanjiti napon napajanja rotora U_a , dok će pobuda ostati nepromenjena. Mehanička karakteristika motora za ovu smanjenu vrednost napajanja (označena sa (2) na slici 1.4) je pomerena ka nižoj brzini, tj. u levu stranu u odnosu na prethodnu karakteristiku označenu sa (1). U ovom stacionarnom stanju, pri ovoj brzini obrtanja, brojna vrednost indukovane elektromotorne sile će biti u skladu sa izrazom (1.13):

$$E_2 = \Phi_n \cdot \omega_2 = 2,9292 \cdot 100 = 292,92 \text{ V} \quad (1.29)$$

Opterećenje u ovom režimu rada je ostalo nepromenjeno u odnosu na prethodno stacionarno stanje, tj. $M_2 = M_1$.

$$M_2 = \Phi_n \cdot I_{a2} \quad (1.30)$$

$$M_1 = \Phi_n \cdot I_{a1} \quad (1.31)$$

Pošto se moment opterećenja nije menjao, a i pobuda je ostala ista $I_{p1} = I_{p2} = I_{pn}$ pa je i fluks nominalan, zaključuje se da se ni struja armature ne menja u ova dva režima $I_{a2} = I_{a1} = 53,21 \text{ A}$. Dakle, struja armature I_a ne zavisi od brzine, već od razvijenog momenta.

Sada, kada su poznate sve potrebne vrednosti, napon armature u ovom stacionarnom stanju U_{a2} se dobija da iznosi:

$$U_{a2} = E_2 + R_a \cdot I_{a2} = 292,92 + 0,16 \cdot 53,21 = 301,4 \text{ V} \quad (1.32)$$

Radna tačka ovog režima rada se nalazi na pravoj (2) u tački d , koja je prikazana na slici 1.4. Karakteristike 1 i 2 na ovoj slici su paralelne, a svaka predstavlja jednu vrednost napajanja armature, tj. $U_{a2} < U_{a1} = U_{an}$.

e.) Povećanje brzine

Za regulaciju brzine iznad nominalne ($\omega_3 > \omega_n$) trebalo bi povećati napon armature U_a iznad nominalne vrednosti. To nije dozvoljeno zbog izolacionih svojstava namotaja, pa se zato napon U_a drži na nominalnom nivou U_{an} , a smanjuje se pobudni fluks. Mehanička karakteristika se pomera udesno (ka višim brzinama), a nagib se istovremeno smanjuje. To znači da je zavisnost brzine obrtanja od opterećenja više izražena - sa promenom opterećenja dolazi do nešto znatnije promene brzine, pa je mehnička karakteristika malo „mekša“. Na slici 1.4 ova karakteristika je označena sa (3). Pošto je moment koji se razvija na vratilu nepromenjen a pobudna struja se smanjuje, na osnovu izraza (1.14) može se zaključiti da se mora povećati struja armature. Dakle, struja rotora je obrnuto proporcionalna fluksu.

Mehanički gubici rastu sa povećanjem brzine. Ako se usvoji da gubici snage rastu sa kvadratom brzine, onda je moment mehničkih gubitaka u ovom radnom režimu:

$$M_{gm3} = M_{gm0} \frac{\omega_3}{\omega_0} = 5,858 \frac{200}{130} = 9 \text{ Nm} \quad (1.33)$$

Za ovu radnu tačku, struja armature je:

$$I_{a3} = \frac{M_{e3}}{\Phi_3} \quad (1.34)$$

Naponska jednačina armature za ovaj režim rada je:

$$U_{an} = R_a \cdot I_{a3} + \Phi_3 \cdot \omega_3 \quad (1.35)$$

U ovom izrazu nepoznate su dve veličine: struja armature I_{a3} i pobudni fluks Φ_3 . Uvrštavajući izraz (1.34) u (1.35), dobija se jednačina:

$$U_{an} = R_a \cdot \frac{M_{e3}}{\Phi_3} + \Phi_3 \cdot \omega_3 \quad (1.36)$$

U ovom izrazu je samo jedna veličina nepoznata, Φ_3 , te se mora rešiti kvadratna jednačina:

$$\omega_3 \cdot \Phi_3^2 - U_{an} \cdot \Phi_3 + R_a \cdot M_{e3} = 0 \quad (1.37)$$

Uvrštavanjem brojnih vrednosti u gornji izraz se dobija:

$$\begin{aligned} 200 \cdot \Phi_3^2 - 400\Phi_3 + 0.16 \cdot (150 + 9) &= 0 \\ 200 \cdot \Phi_3^2 - 400\Phi_3 + 25,442 &= 0 \end{aligned} \quad (1.38)$$

Ova kvadratna jednačina ima sledeća dva rešenja:

$$\begin{aligned} \Phi_3' &= 1,934 \text{ Wb} \\ \Phi_3'' &= 0,0658 \text{ Wb} \end{aligned} \quad (1.39)$$

S obzirom da je nominalni fluks 2,929 Wb, drugo rešenje ove kvadratne jednačine nije realno, tako da se za konačno rešenje usvaja prvo.

$$\Phi_3 = \Phi_3' = 1,934 \text{ Wb} \quad (1.40)$$

Na osnovu izraza (1.34) struja armature je:

$$I_{a3} = \frac{M_{e3}}{\Phi_3} = \frac{159}{1,934} = 82,2 \text{ A} \quad (1.41)$$

Pobudna struja može se sračunati na više načina – ili iz jed. (1.7) ili iz (1.9).

$$I_{p3} = \frac{\Phi_3}{L_{ap}} = \frac{1,934}{1,4646} = 1,321 \text{ A} \quad (1.42)$$

Dakle, da bi brzina obrtanja bila viša od nominalne ($\omega_3 = 200 \text{ rad/s}$) uz opterećenje od $m_m = 150 \text{ Nm}$, potrebno je da se napon armature drži na nominalnoj vrednosti $U_{an} = 400 \text{ V}$ a da se pobudna struja smanji na $I_{p3} = 1,321 \text{ A}$. Struja armature iznosiće 82,2 A.

ZAKLJUČAK: Brzina obrtanja motora jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom se reguliše u baznom opsegu (do nominalne) brzine pomoću promene napona napajanja armature (rotora). Povišenje brzine iznad nominalne moguće je slabljenjem polja, tj. smanjenjem napona/struje pobude, u kom slučaju struja armature raste (pri nepromenjenom opterećenju), otprilike inverzno proporcionalno promeni (smanjenju) pobude.

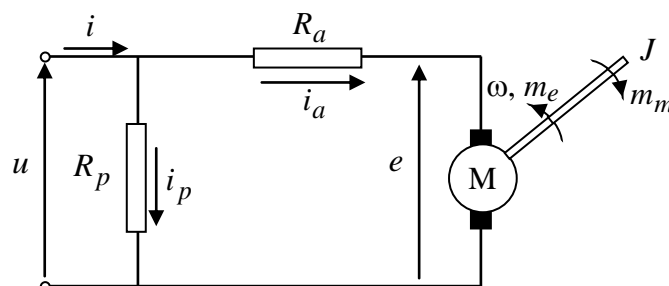
2. Zadatak: Jednosmerni motor sa paralelnom pobudom ima nominalne podatke $P_n = 48 \text{ kW}$, $U_{an} = 440 \text{ V}$, $I_n = 120 \text{ A}$, $\omega_n = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $R_a = 0,2 \ \Omega$, $R_p = 200 \ \Omega$. Pad napona na četkicama se zanemaruje. Snage gubitaka u gvožđu P_{Fe} i mehaničkih gubitaka na trenje/ventilaciju P_{gm} mogu se usvojiti da zavise od kvadrata brzine.

- Za nominalni radni režim odrediti izlazni moment, elektromagnetni moment i bilans snaga.
- Motor se optereti tako da iz mreže uzima $I_1 = 40 \text{ A}$. Koliki su moment opterećenja i brzina obrtanja?
- Pri momentu opterećenja kao pod b.) napon opadne na vrednost $U_2 = 400 \text{ V}$. Šta se dešava sa motorom?
- Pri nominalnom naponu napajanja i pri nepromenjenom opterećenju, u kolo pobude se ubaci dodatni otpornik $R_d = 75 \ \Omega$. Šta će se desiti ?

REŠENJE:

Opšti matematički model motora za jednosmernu struju u stacionarnom stanju prikazan je u prethodnom zadatku jednačinama (1.1) do (1.9). One važe bez obzira na koji način je priključen pobudni namotaj.

Kod mašina sa paralelnom pobudom, statorski (pobudni) namotaj i rotorski namotaj (armatura, indukt) su vezani paralelno, na isti izvor jednosmernog napona (slika 2.1).



Slika 2.1 Ekvivalentna šema motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom

Ovde treba primetiti da je svaka promena napona rotorskog kola istovremeno i promena napona pobude. Samim tim dolazi do promene pobudne struje a to izaziva promenu pobudnog fluksa.

Osnovne relacije koje opisuju rad ovakve mašine u nominalnom režimu su:

$$U_{an} = U_{pn} = U_n \quad (2.1)$$

$$U_n = R_a \cdot I_{an} + E_n \quad (2.2)$$

$$U_n = R_p \cdot I_{pn} \quad (2.3)$$

$$I_n = I_{an} + I_{pn} \quad (2.4)$$

$$E_n = \Phi_n \cdot \omega_n \quad (2.5)$$

$$M_{en} = \Phi_n \cdot I_{an} \quad (2.6)$$

a.) Nominalni radni režim

Nominalni izlazni moment je:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{48000}{100} = 480 \text{ Nm} \quad (2.7)$$

Nominalna pobudna struja izračunava se polazeći od izraza (2.3):

$$I_{pn} = \frac{U_n}{R_p} = \frac{440}{200} = 2,2 \text{ A} \quad (2.8)$$

Struja armature u ovom režimu rada je:

$$I_{an} = I_n - I_{pn} = 120 - 2,2 = 117,8 \text{ A} \quad (2.9)$$

Iz naponske jednačine armature (2.2) može se izračunati nominalna indukovana ems:

$$E_n = U_n - R_a \cdot I_{an} = 440 - 0,2 \cdot 117,8 = 416,44 \text{ V} \quad (2.10)$$

Nalazeći pobudni fluks za nominalni režim rada iz jednačine (2.5) i uvrštavajući ga u izraz (2.6), dobija se nominalni razvijeni elektromagnetni moment M_{en} :

$$\Phi_n = \frac{E_n}{\omega_n} = \frac{416,44}{100} = 4,1644 \text{ Wb} \quad (2.11)$$

$$M_{en} = \Phi_n \cdot I_{an} = 4,1644 \cdot 117,8 = 490,57 \text{ Nm} \quad (2.12)$$

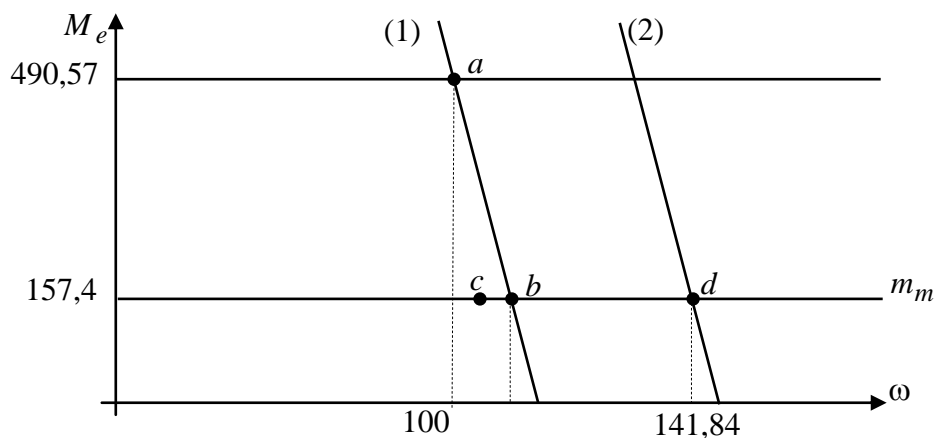
Gubitak momenta (na trenje i ventilaciju, kao i na gubitke u gvožđu) je:

$$\Delta M_n = M_{en} - M_n = 490,57 - 480 = 10,57 \text{ Nm} \quad (2.13)$$

Međuinuktivnost namotaja armature i pobude L_{ap} može se naći kao:

$$L_{ap} = \frac{\Phi_n}{I_{pn}} = \frac{4,1644}{2,2} = 1,893 \text{ H} \quad (9.14)$$

Karakteristika razvijenog momenta ovog motora $M_e(\omega)$ data je na slici 2.2, i označena je sa (1). Radna tačka nominalnog stacionarnog režima rada je u tački a .



Slika 2.2: Karakteristika razvijenog momenta MJS sa paralelnom pobudom.

Bilans snaga u nominalnom režimu:

$$\text{Ulazna snaga je: } P_{en} = U_n I_n = 440 \cdot 120 = 52,8 \text{ kW} \quad (2.15)$$

$$\text{Gubici u bakru: } P_{Cu} = R_p I_p^2 + R_a I_a^2 = 200 \cdot 2,2^2 + 0,2 \cdot 117,8^2 = 3,743 \text{ kW} \quad (2.16)$$

Zbir gubitaka u gvožđu i mehaničkih gubitaka (na trenje i ventilaciju):

$$P_{Fe} + P_{gm} = P_{en} - P_{Cu} - P_n = 52,8 - 3,743 - 48 = 1,057 \text{ kW} \quad (2.17)$$

$$\text{odnosno: } P_{Fe} + P_{gm} = \Delta M_n \omega_n = 10,57 \cdot 100 = 1,057 \text{ kW} \quad (2.18)$$

Stepen iskorišćenja je odnos izlazne i ulazne snage:

$$\eta = \frac{P_{izlaz}}{P_{ulaz}} = \frac{P_n}{P_{en}} = \frac{48}{52,8} = 0,9091 = 90,91 \% \quad (2.19)$$

b.) Manje opterećenje

Iako motor iz mreže sad uzima struju od 40 A, on je i dalje pod nominalnim naponom napajanja. Znači, motor radi na radnoj karakteristici koja je na slici 2.2 označena sa (1).

Pobudna struja je ostala nepromenjena, $I_{p1} = I_{pn} = 2,2 \text{ A}$. Stoga se ni pobudni fluks neće promeniti, tj. $\Phi_1 = \Phi_n$.

Koristeći izraz (2.5) odnosno (2.10) brzina obrtanja u ovom stacionarnom stanju će se dobiti iz ems i fluksa, pa prvo treba sračunati indukovanu elektromotornu silu, koja iznosi:

$$E_1 = U_1 - R_a \cdot I_{a1} = U_n - R_a \cdot (I_1 - I_{p1}) = 440 - 0,2 \cdot (40 - 2,2) = 432,44 \text{ V} \quad (2.20)$$

Sada se može naći da je brzina obrtanja:

$$\omega_1 = \frac{E_1}{\Phi_1} = \frac{432,44}{4,1644} = 103,84 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2.21)$$

Moment opterećenja m_m je u ovom stacionarnom stanju brojno jednak momentu koji motor razvija na svom vratilu M_{e1}

$$M_{e1} = \Phi_1 \cdot I_{a1} = \Phi_n \cdot (I_1 - I_{p1}) = 4,1644 \cdot (40 - 2,2) = 157,414 \text{ Nm} \quad (2.22)$$

Radna tačka ovog režima rada je u tački *b*, na slici 2.2.

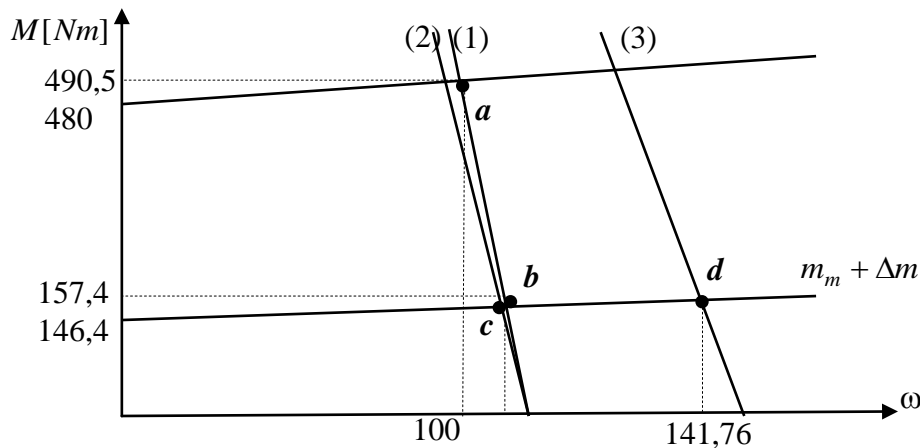
Pošto se brzina malo promenila, promeniće se i gubici u gvožđu i gubici na trenje i ventilaciju:

$$\Delta M_1 = \Delta M_n \frac{\omega_1}{\omega_n} = 10,57 \frac{103,84}{100} = 10,976 \text{ Nm} \quad (2.23)$$

Dakle, izlazni moment na vratilu je:

$$M_1 = M_{e1} - \Delta M_1 = 157,414 - 10,976 = 146,438 \text{ Nm} \quad (2.24)$$

Na slici 2.3. prikazana je izlazna mehanička karakteristika ovog motora $M(\omega)$, koja se od slike 2.2. ($M_e(\omega)$) razlikuje za gubitke momenta na trenje i ventilaciju, kao i za gubitke u gvožđu, a koji zavise od radne brzine. Treba primetiti da moment trenja i ventilacije linearno raste sa brzinom, jer je, po uslovu zadatka, snaga gubitaka proporcionalna kvadratu ugaone brzine.



Slika 2.3: Mehanička izlazna karakteristika motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom

c.) Smanjeni napon

Sa smanjenjem napona napajanja motora, smanjiće se i pobudna struja:

$$I_{p2} = \frac{U_2}{R_p} = \frac{400}{200} = 2 \text{ A} \quad (2.25)$$

To znači da će se smanjiti i pobudni fluks. Pošto je moment opterećenja ostao isti kao i u prethodnom delu zadatka, a fluks se smanjio, struja armature I_a će se povećati, kao što nalaže (2.6). Struja armature u ovom režimu rada može se izračunati korišćenjem izraza.

$$M_{e2} = L_{ap} \cdot I_{p2} \cdot I_{a2} \quad (2.26)$$

$$I_{a2} = \frac{M_{e2}}{L_{ap} \cdot I_{p2}} = \frac{157,414}{1,893 \cdot 2} = 41,578 \text{ A} \quad (2.27)$$

Da bi se odredila kolika je brzina obrtanja motora u ovom stacionarnom režimu, prvo se mora izračunati indukovana elektromotorna sila E_2 :

$$E_2 = U_2 - R_a \cdot I_{a2} = 400 - 0,2 \cdot 41,578 = 391,684 \text{ V} \quad (2.28)$$

$$\omega_2 = \frac{E_2}{\Phi_2} = \frac{E_2}{L_{ap} \cdot I_{p2}} = \frac{391,684}{1,893 \cdot 2} = 103,66 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2.29)$$

Dakle, pri nepromenjenom momentu opterećenja a pri smanjenom naponu napajanja, motor će praktično zadržati istu brzinu, jer se struja pobude smanjila u skoro istoj meri kao i indukovana ems. Mala razlika postoji zato što se struja armature povećala, a to utiče na dodatno (mada malo) smanjenje indukovane elektromotorne sile E_2 , tako da se dobija prava (2), koja ima istu brzinu praznog hoda kao i prava (1), ali je njen nagib malo veći zbog oslabljenog polja. Radna tačka ovog režima rada nalazi se u tački *c* prikazanoj na slici 2.3.

ZAKLJUČAK: Brzina obrtanja motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom se praktično ne menja pri promenama napona napajanja. Struja pobude opada sa smanjenjem napona napajanja. Struja armature se menja (raste), otprilike inverzno proporcionalno promeni (smanjenju) napona.

d.) Povećanje brzine

Motor se i dalje napaja nominalnim naponom. Dodavanjem otpornika u kolo pobude, smanjuje se pobudna struja u odnosu na nominalni režim rada, te je nova pobudna struja:

$$I_{p3} = \frac{U_3}{R_p + R_d} = \frac{440}{200 + 75} = 1,6 \text{ A} \quad (2.30)$$

Opterećenje je nepromenjeno, pa se, kao u izrazu (2.27) može naći nova struja armature, koja je još viša nego u prethodnom slučaju i iznosi:

$$I_{a3} = \frac{M_{e3}}{L_{ap} \cdot I_{p3}} = \frac{M_{e2}}{L_{ap} \cdot I_{p3}} = \frac{157,414}{1,893 \cdot 1,6} = 52 \text{ A} \quad (2.31)$$

Slično kao i u delu zadatka pod **b.**), nova indukovana elektromotorna sila i nova brzina su:

$$E_3 = U_3 - R_a \cdot I_{a3} = 440 - 0,2 \cdot 52 = 429,6 \text{ V} \quad (2.32)$$

$$\omega_3 = \frac{E_3}{M_{ap} \cdot I_{p3}} = \frac{429,6}{1,893 \cdot 1,6} = 141,838 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2.33)$$

U ovom stacionarnom stanju radna prava (obeležena sa (3) na slikama 2.2 i 2.3) pomerena je u desnu stranu (ka višim brzinama) u odnosu na pravu (1), koja predstavlja mehaničku karakteristiku za nominalne uslove rada. Radna tačka ovog režima rada obeležena je sa **d** i u toj tački su, kao i u svakom stacionarnom stanju, brojno jednaki otporni moment radne mašine i moment koji motor razvija na kraju vratila.

ZAKLJUČAK: Dodavanjem otpornika u kolo pobude vrši se regulacija brzine iznad nominalne. Dodavanjem otpornika u kolo pobude dolazi do smanjenja pobudne struje, tj. pobudnog fluksa, a brzina motora se povećava iznad nominalne. Treba primetiti da, pri nepromenjenom momentu radne mašine, struja armature značajno poraste.

NAPOMENA: Tačniji rezultati mogu se dobiti dodatnom računskom iteracijom:

Pošto je brzina značajno porasla, povećaće se gubici u gvožđu i gubici na trenje i ventilaciju. Usvojimo da se njihova snaga menja kvadratno, odnosno njihov moment linearno sa brzinom:

$$\Delta M_3 = \Delta M_n \frac{\omega_3}{\omega_n} = 10,57 \frac{141,84}{100} = 14,99 \text{ Nm} \quad (2.34)$$

Dakle, razvijeni elektromagnetni moment je:

$$M_{e3} = M_3 + \Delta M_3 = 146,438 + 14,992 = 161,43 \text{ Nm} \quad (2.35)$$

Sada, istim postupkom dobijamo:

$$I_{a3} = \frac{M_{e3}}{L_{ap} \cdot I_{p3}} = \frac{M_{e2}}{L_{ap} \cdot I_{p3}} = \frac{161,43}{1,893 \cdot 1,6} = 53,3 \text{ A} \quad (2.36)$$

$$E_3 = U_3 - R_a \cdot I_{a3} = 440 - 0,2 \cdot 53,3 = 429,34 \text{ V} \quad (2.37)$$

$$\omega_3 = \frac{E_3}{L_{ap} \cdot I_{p3}} = \frac{429,34}{1,893 \cdot 1,6} = 141,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2.38)$$

Vidi se da je drugom iteracijom struja armature sračunata preciznije, dok je uticaj na brzinu mali.

Zadaci za vežbanje

3. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom ima nominalne podatke:

$$P_n = 12 \text{ kW}, \quad U_n = 220 \text{ V}, \quad I_{an} = 60 \text{ A}, \quad I_p = 5 \text{ A}, \quad n_n = 450 \text{ o/min}, \quad R_a = 0,2 \Omega.$$

Odrediti:

- a.) Izlazni moment i detaljni bilans snaga u nominalnom režimu.
- b.) Struju rotora i brzinu obrtanja ako se motor optereti teretom od 200 Nm .
- c.) Novu brzinu obrtanja ako se napon napajanja rotora smanji na 180 V a struja pobude i momenat opterećenja su nepromenjeni.
- d.) Novu brzinu obrtanja ako je napon napajanja nominalan, a struja pobude smanjena na 4 A

4. Zadatak: Motor jednosmerne struje sa paralelnom pobudom ima nominalne podatke:

$$75 \text{ kW}, \quad 660 \text{ V}, \quad 125 \text{ A}, \quad 760 \text{ o/min} \quad \text{i parametre} \quad R_a = 0,1 \Omega, \quad R_p = 220 \Omega.$$

- a.) Za nominalni radni režim odrediti izlazni moment, elektromagnetni moment i bilans snaga.
- b.) Motor se optereti tako da iz mreže uzima 90 A . Koliki su moment opterećenja i brzina obrtanja?
- c.) Pri momentu opterećenja kao pod **b.)** napon opadne na vrednost $U_2 = 560 \text{ V}$. Šta se dešava sa motorom?